

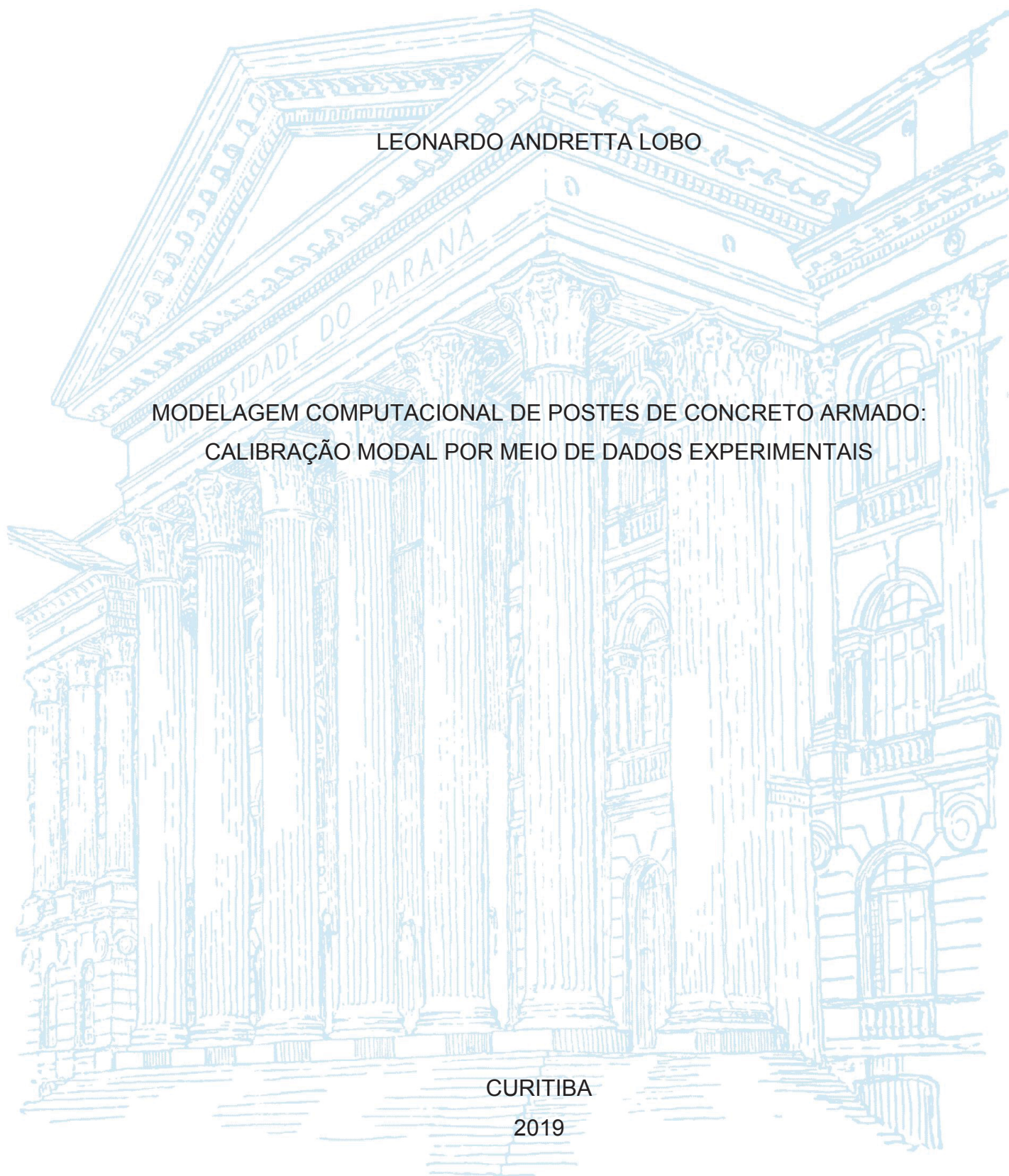
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

LEONARDO ANDRETTA LOBO

MODELAGEM COMPUTACIONAL DE POSTES DE CONCRETO ARMADO:
CALIBRAÇÃO MODAL POR MEIO DE DADOS EXPERIMENTAIS

CURITIBA

2019



LEONARDO ANDRETTA LOBO

MODELAGEM COMPUTACIONAL DE POSTES DE CONCRETO ARMADO:
CALIBRAÇÃO MODAL POR MEIO DE DADOS EXPERIMENTAIS

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Mestre, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Construção Civil, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Elvidio Gavassoni Neto

Coorientadora: Profa. Dra. Amanda Jarek

CURITIBA

2019

Catálogo na Fonte: Sistema de Bibliotecas, UFPR
Biblioteca de Ciência e Tecnologia

799m

Lobo, Leonardo Andretta

Modelagem computacional de postes de concreto armado: calibração modal por meio de dados experimentais [recurso eletrônico] / Leonardo Andretta Lobo. – Curitiba, 2019.

Dissertação - Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Construção Civil, 2019.

Orientador: Elvidio Gavassoni Neto – Coorientador: Amanda Jarek.

1. Método dos Elementos Finitos. 2. Concreto armado. 3. Análise modal.
4. Método dos Elementos Finitos – Processamento de dados. I. Universidade Federal do Paraná. II. Gavassoni Neto, Elvidio. III. Jarek, Amanda. IV. Título.

CDD: 620.00151825

Bibliotecário: Elias Barbosa da Silva CRB-9/1894




MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SETOR DE TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO ENGENHARIA DE
CONSTRUÇÃO CIVIL - 40001016049P2

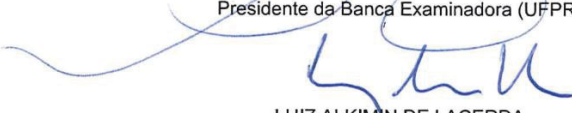
TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em ENGENHARIA DE CONSTRUÇÃO CIVIL da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **LEONARDO ANDRETTA LOBO** intitulada: **Modelagem computacional de postes de concreto armado: Calibração Modal por Meio de Dados Experimentais**, após terem inquirido o aluno e realizado a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVADO no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 19 de Junho de 2019.


ELVIDIO GAVASSONI NETO
Presidente da Banca Examinadora (UFPR)


LUIZ ALKIMIN DE LACERDA
Avaliador Externo (UFPR)


RAPHAEL FERNANDO SCUCIATO
Avaliador Externo (UFPR)

Dedico esse trabalho aos meus pais, José Roberto e Vânia, que sempre me apoiaram a obter conhecimento, e nunca deixaram de fazer o que eles consideraram o melhor pra mim; à mulher da minha vida, Andressa, que aguentou cada luta minha contra diversas dificuldades, sempre me apoiando e fazendo tudo para me ajudar a concluir essa etapa da minha vida acadêmica; e à Lyha, uma guerreira que me inspira a cada dia a ser amoroso e me dedicar aos que me amam.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus, pois sem Ele eu sequer existiria.

Agradeços aos meus pais, José Roberto Alcântara Lobo e Vânia Lucília da Silveira Andretta Alcântara Lobo, por terem feito tudo que estava ao alcance deles para que eu pudesse alcançar os meus maiores sonhos.

Agradeço à minha noiva e futura esposa, Andressa Fogaça Prateano, por sempre estar ao meu lado, me acolhendo quando eu precisava de um abraço depois de horas me degladiando com a dissertação.

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Elvidio Gavassoni, pelo acompanhamento e orientação, mas principalmente por ter compreendido minhas dificuldades, e através delas ter me aconselhado com assertividade.

Agradeço à minha coorientadora, Prof. Dra. Amanda Jarek, também pelo acompanhamento e orientação, por ter sido compreensiva com meus problemas, mas também por não ter deixado de me chamar a atenção quando necessário.

Agradeço ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Construção Civil da Universidade Federal do Paraná, ao seu coordenador Marco André Argenta, e todos os outros professores que contribuíram para meu aprendizado ao longo dos dois últimos anos.

Agradeço ao Lactec por ter me dado a oportunidade e o respaldo para desenvolver esta pesquisa.

Por fim, agradeço aos colegas Alexandre, João e Matheus, que estiveram junto comigo durante as pesquisas, e sempre se colocaram a disposição para me ajudar quando necessário.

“Pois o Senhor dá sabedoria, e da sua boca vem a inteligência e o entendimento.”

Provérbios 2:6

RESUMO

O monitoramento da saúde estrutural tem despertado o interesse de muitos estudos nos últimos anos, principalmente nas indústrias da Engenharia Mecânica, Aeroespacial e Civil. Por conta da complexidade das estruturas e da necessidade de evitar quaisquer tipos de avarias que podem acarretar em falhas de operação, serviço ou até mesmo acidentes envolvendo pessoas, a garantia da integridade estrutural dessas estruturas é essencial. O monitoramento de postes de concreto armado se faz necessário para evitar interrupções na distribuição de energia elétrica e, principalmente, para providenciar segurança às operações de manutenção ou serviço, evitando acidentes de trabalho, os quais podem ser fatais. Nesse sentido, optou-se por criar um modelo desenvolvido em software comercial baseado no Método dos Elementos Finitos, Ansys Workbench 18.1, que poderá ser futuramente utilizado em um sistema de monitoramento da saúde estrutural de postes, comparando suas propriedades modais, tais como frequência e modo natural de vibração medidas experimentalmente. Nesse contexto, este trabalho propõe um modelo computacional que sirva de base ao sistema de monitoramento da integridade estrutural de postes de concreto armado. O modelo é verificado, calibrado, e por fim atualizado. Essas atividades são feitas por meio da comparação dos parâmetros modais obtidos no modelo com os valores obtidos por meio de modelos analíticos e análise modal experimental em protótipos compostos por vigas de concreto armado e postes de distribuição reais. Os protótipos têm sua degradação simulada e acelerada pela aplicação de sulfatos, cloretos e uma combinação de ambos agentes químicos. A evolução da rigidez das vigas submetidas a esses três tratamentos é acompanhada por um período de nove meses. Os dados obtidos neste estudo mostram que não foi observada, no período e nas condições experimentais testadas, uma tendência clara na queda da rigidez com o tempo de aplicação dos agentes químicos. Os protótipos foram testados na condição sem apoios e parcialmente enterrados, tendo modelos matemáticos sido construídos para ambas as condições. A interação com o solo foi simulada por meio de uma fundação elástica-linear atuante apenas na compressão. Por fim, foram construídos modelos para postes de distribuição reais em condição livre e parcialmente enterrada. Os modelos mostram uma boa correlação com os testes experimentais para todas as condições ensaiadas e, portanto, pode ser utilizado como base do monitoramento da integridade real dessas estruturas por meio da identificação de seus parâmetros modais.

Palavras-chave: Método dos Elementos Finitos. Monitoramento da Saúde Estrutural, Análise Modal Experimental.

ABSTRACT

The structural health monitoring (SHM) has motivated several studies in the last few years, especially in the Civil, Mechanics and Aerospace Engineering industries. Due to the complexity of the structures and the need to avoid any kinds of malfunctions that may lead to operational failures, or even to accidents involving personnel, the assurance of the structural integrity is essential. The monitoring of reinforced concrete light poles is needed to avoid disruptions in the electricity distribution and mainly to provide safety to maintenance or service operations, avoiding work accidents, which can be deadly. With that in mind, it is interesting to create a computer model developed in a Finite Element Method-based commercial software, Ansys Workbench 18.1, in order to build a structural health monitoring system of light poles, comparing their modal properties, such as experimentally measured natural vibrations frequencies and mode shapes, with the data obtained in the numerical models. In this context, this work proposes a computational model in which the SHM system of concrete light poles can be based. The model is verified, calibrated and, at last, updated. These activities are done through the comparison of the modal parameters obtained by the model and the ones calculated with analytical methods and with Experimental Modal Analysis (EMA) in reinforced concrete beam prototypes and in real light poles. The prototypes' degradation is simulated and accelerated by sprinkling sulfate, chloride and a mixture of these two components on its surface. The evolution of the beam's stiffness that undergo those three treatments is carried through nine months. The data obtained in this study show that, during the period and with the tested experimental conditions, there are no decaying tendencies in the prototypes' stiffness. Furthermore, the beams were tested in free-free and partially buried conditions. Mathematical models were built for both types of support. The interaction with the soil was simulated through a compression-only linear-elastic foundation. At last, real light pole computational models were built in both free-free and partially buried conditions. These models show assurance when compared to the experimental tests for all tested conditions, therefore can be used as basis of the light pole structures' SHM through the identification of their modal parameters.

Keywords: Finite Elements Method. Structural Health Monitoring. Reinforced concrete light poles.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - RUPTURA NA BASE DO POSTE	18
FIGURA 2 - POSTE APÓS A QUEDA	19
FIGURA 3 - GEOMETRIA DE UMA VIGA FISSURADA	29
FIGURA 4 - VIGA ENGASTADA COM MOLAS ROTACIONAIS.....	29
FIGURA 5 - VIGA ENGASTADA COM MOLAS LONGITUDINAIS	29
FIGURA 6 - PONTE DE SÃO LOURENÇO	31
FIGURA 7 - MODELO DA PONTE NO ANSYS	31
FIGURA 8 - DIAGRAMA DO MARTELO MEDIDOR DE FORÇA.....	36
FIGURA 9 - MODELO ESTRUTURAL DE POSTES DE CONCRETO.....	39
FIGURA 10 - ELEMENTO INFINITESIMAL DE VIGA.....	40
FIGURA 11 - (A) BARRA ENGASTADA SUJEITA A ESFORÇO TORCIONAL; (B) ELEMENTO INFINITESIMAL DZ DA BARRA	53
FIGURA 12 - ELEMENTO DE VIGA COM DOIS NÓS.....	56
FIGURA 13 - MATRIZES GLOBAIS DE MASSA E RIGIDEZ.....	59
FIGURA 14 - MODOS E FREQUÊNCIAS NATURAIS.....	60
FIGURA 15 - SARGENT CIRCLE.....	61
FIGURA 16 - MALHA DA VIGA (A) 1D; (B) 2D; (C) 3D	64
FIGURA 17 - TRÊS PRIMEIROS MODOS DE VIBRAR DA VIGA BIAPOIADA: (A) TRANSVERSAL; (B) LONGITUDINAL; (C) TORCIONAL	66
FIGURA 18 - TRÊS PRIMEIROS MODOS DE VIBRAR DA VIGA LIVRE-LIVRE: (A) TRANSVERSAL; (B) LONGITUDINAL; (C) TORCIONAL	67
FIGURA 19 - TRÊS PRIMEIROS MODOS DE VIBRAR DA VIGA ENGASTADA E LIVRE: (A) TRANSVERSAL; (B) LONGITUDINAL; (C) TORCIONAL ...	68
FIGURA 20 - (A) PRIMEIRO; (B) SEGUNDO; (C) TERCEIRO MODO NATURAL DE VIBRAÇÃO DA VIGA APOIADA EM BASE ELÁSTICA.....	70
FIGURA 21 - (A) PRIMEIRO; (B) SEGUNDO; (C) TERCEIRO MODO NATURAL DE VIBRAÇÃO DA MÍSULA.....	72
FIGURA 22 - MODELO ESTRUTURAL DA VIGA.....	75
FIGURA 23 - (A) VIGA SUSPensa COM ACELERÔMETROS; (B) ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL DA VIGA.....	76
FIGURA 24 - GRÁFICO DA RECEPTÂNCIA DA VIGA	77
FIGURA 25 - VIGAS PARA ENSAIO EM LABORATÓRIO	78

FIGURA 26 – (A) ACELERÔMETROS INSTALADOS NA VIGA; (B) VIGA SENDO ENSAIADA.....	79
FIGURA 27 - VIGA ENVELHECIDA POR CLORETOS (3)	80
FIGURA 28 - VIGA ENVELHECIDA POR SULFATOS (1)	80
FIGURA 29 - VIGA ENVELHECIDA POR SULFATOS E CLORETOS (2)	80
FIGURA 30 - SUBDIVISÕES DO CONCRETO DA VIGA	82
FIGURA 31 - ARMADURAS TRANSVERSAIS E LONGITUDINAIS	82
FIGURA 32 - GEOMETRIA DO ELEMENTO SOLID186	84
FIGURA 33 - GEOMETRIA DO ELEMENTO BEAM189	84
FIGURA 34 - VIBRAÇÃO DA VIGA: (A) PRIMEIRO MODO; (B) SEGUNDO MODO; (C) TERCEIRO MODO; (D) QUARTO MODO	85
FIGURA 35 - COMPARAÇÃO DA EVOLUÇÃO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE DAS VIGAS AO LONGO DO TEMPO	87
FIGURA 36 - PROTÓTIPO DE CONCRETO ARMADO ENTERRADO	88
FIGURA 37 - GEOMETRIA DO POSTE DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA DE CONCRETO ARMADO	92
FIGURA 38 - POSTE DE CONCRETO SUSPENSO	93
FIGURA 39 - RESPOSTA DE INERTÂNCIA DO POSTE SUSPENSO.....	94
FIGURA 40 - POSTE ENTERRADO	95
FIGURA 41 - INERTÂNCIA DO POSTE ENTERRADO	95
FIGURA 42 - GEOMETRIA DO POSTE DE CONCRETO ARMADO	97
FIGURA 43 - SUBDIVISÕES DO CONCRETO DO POSTE	98
FIGURA 44 - (A) PRIMEIRO MODO DE VIBRAR DO POSTE (B) DETALHE DAS MOLAS	99
FIGURA 45 - MALHA IRREGULAR DO POSTE DE CONCRETO	100
FIGURA 46 - GEOMETRIA DO ELEMENTO SOLID187	100
FIGURA 47 - GEOMETRIA DO ELEMENTO COMBIN14	101
FIGURA 48 - (A) PRIMEIRO; (B) SEGUNDO; (C) TERCEIRO; (D) QUARTO MODO NATURAL DE VIBRAÇÃO DO POSTE	103
FIGURA 49 - (A) PRIMEIRO MODO DE VIBRAÇÃO DO POSTE ENTERRADO; (B) SEGUNDO MODOS NATURAIS DE VIBRAÇÃO DO POSTE ENTERRADO; (C) PRIMEIRO MODO DE VIBRAR DO POSTE SUSPENSO; (D) TERCEIRO MODO DE VIBRAR DO POSTE	

ENTERRADO; (E) SEGUNDO MODO DO POSTE SUSPENSO;	
(F) QUARTO MODO DE VIBRAR DO POSTE ENTERRADO.....	105

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 -	PARÂMETROS Λ	49
TABELA 2 -	PROPRIEDADES MECÂNICAS E GEOMÉTRICAS DA VIGA	63
TABELA 3 -	FREQUÊNCIAS DE VIBRAÇÃO DA VIGA BIAPOIADA	66
TABELA 4 -	FREQUÊNCIAS DE VIBRAÇÃO DA VIGA LIVRE-LIVRE	67
TABELA 5 -	FREQUÊNCIAS DE VIBRAÇÃO DA VIGA ENGASTADA	68
TABELA 6 -	PROPRIEDADES MECÂNICAS E GEOMÉTRICAS	69
TABELA 7 -	FREQUÊNCIAS DE VIBRAÇÃO SOBRE BASE ELÁSTICA	70
TABELA 8 -	PROPRIEDADES DA MÍSULA	71
TABELA 9 -	FREQUÊNCIAS DE VIBRAÇÃO DA MÍSULA	72
TABELA 10 -	TRATAMENTO DAS VIGAS ENVELHECIDAS	78
TABELA 11 -	FREQUÊNCIAS E ERROS DA VIGA	86
TABELA 12 -	FREQUÊNCIAS E ERROS DA VIGA DE REFERÊNCIA (0) PARCIALMENTE ENTERRADA COM IDADE DE 163 DIAS	89
TABELA 13 -	FREQUÊNCIAS DA VIGA TRATADA COM ÍONS SULFATO (1) PARCIALMENTE ENTERRADA COM IDADE DE 163 DIAS	89
TABELA 14 -	FREQUÊNCIAS DA VIGA TRATADA COM ÍONS SULFATO E CLORETO (2) PARCIALMENTE ENTERRADA COM IDADE DE 163 DIAS	90
TABELA 15 -	FREQUÊNCIAS DA VIGA TRATADA COM ÍONS CLORETO (3) PARCIALMENTE ENTERRADA COM IDADE DE 163 DIAS	90
TABELA 16 -	FREQUÊNCIAS DO POSTE SUSPENSO	94
TABELA 17 -	FREQUÊNCIAS DO POSTE ENTERRADO	95
TABELA 18 -	FREQUÊNCIAS E ERROS DO POSTE	103
TABELA 19 -	COMPARAÇÃO DE FREQUÊNCIAS OBTIDAS EXPERIMENTAL E COMPUTACIONALMENTE	104
TABELA 20 -	FREQUÊNCIAS OBTIDAS QUANDO A RETRO-ANÁLISE É FEITA PARA A PRIMEIRA FREQUÊNCIA NATURAL DE VIBRAÇÃO	106

LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
APR	Análise Preliminar de Risco
COMAC	<i>Coordinate Modal Assurance Criterion</i>
CRCP	<i>Continuously Reinforced Concrete Pavement</i> (Pavimento Contínuo de Concreto Armado)
EMA	<i>Experimental Modal Analysis</i> (Análise Modal Experimental)
FEA	<i>Finite Element Analysis</i> (Análise de Elementos Finitos)
MAC	<i>Modal Assurance Criterion</i> (Critério de Correlação Modal)
MEF	Método dos Elementos Finitos
NASA	<i>National Aeronautics and Space Administration</i> (Administração Nacional do Espaço e da Aeronáutica)
NBR	Norma Brasileira
P&D	Pesquisa e Desenvolvimento
S.A.	Sociedade Anônima
SHM	<i>Structural Health Monitoring</i> (Monitoramento da Saúde Estrutural)
SMIS	<i>Shuttle Modal Inspection System</i> (Sistema de Inspeção Modal de Transporte)
VBDD	<i>Vibration-Based Damage Detection</i> (Detecção de Dano Baseada na Vibração)
V&V	<i>Verification & Validation</i> (Verificação e Validação)

LISTA DE SÍMBOLOS

a^e	Vetor de graus de liberdade de um elemento finito
$a_1/ a_2/ a_3/ a_4$	Graus de liberdade do vetor a^e de um elemento finito
A	Área da seção transversal
A_0	Área da seção transversal de maior dimensão da mísula
A_f	Área da seção transversal de menor dimensão da mísula
$A(z)$	Área da seção transversal da viga em função da coordenada espacial z
c	Coeficiente de amortecimento linear de Coulomb
daN	Decanewton
dm	Massa do elemento infinitesimal dz
dz	Elemento infinitesimal de comprimento na direção longitudinal do eixo z
E	Módulo de elasticidade do material
$\{f^e\}$	Vetor elementar de forças
G	Módulo de elasticidade transversal
h	Altura da seção transversal da viga
h_0	Altura da seção transversal de maior dimensão da mísula
h_f	Altura da seção transversal de menor dimensão da mísula
H	Deslocamento horizontal
Hz	Hertz
I_0	Momento de Inércia da seção transversal de maior dimensão da mísula
I_f	Momento de Inércia da seção transversal de menor dimensão da mísula
I_m	Momento de inércia de massa
I_z	Momento de inércia
$I(z)$	Momento de inércia da seção transversal da viga em função da coordenada espacial z
J	Momento polar de inércia
k	Rigidez linear elástica
k_0	Coeficiente de rigidez do solo

$[K^e]$	Matriz elementar de rigidez
L	Comprimento da viga
m_T	Esforço torcional interno
$m(z)$	Massa linear da viga em função da coordenada espacial z
M	Momentos fletores internos
$[M]$	Matriz de massa
$N_1/ N_2/ N_3/ N_4$	Funções de forma
$[N]$	Vetor de funções de forma
P	Esforço normal ao eixo da viga
$p(z)$	Esforços atuantes na viga em função da coordenada espacial z
$q(z)$	Carga distribuída em função da coordenada espacial z
$q(z,t)$	Carga distribuída em função da coordenada espacial z e temporal t
Q	Esforço cortante
$S(z)$	Deslocamento na direção do eixo da viga em função da coordenada espacial z
t	Coordenada temporal
T	Torque em determinado ponto de uma barra
$u(x)$	Campo de deslocamentos
$u(z)$	Deslocamento vertical da viga em função da coordenada espacial z
$\{u\}$	Vetor de deslocamentos
V	Forças internas na direção vertical
w	Deslocamento na direção do eixo da viga
x/y	Coordenadas espaciais
$y(z,t)$	Deslocamento na direção vertical em função das coordenadas espacial z e temporal t
z	Coordenada do eixo longitudinal da viga
Δ_1/ Δ_2	Grau de liberdade de translação vertical nos nós 1 e 2
ε	Alongamento
θ	Ângulo de rotação transversal
θ_1/ θ_2	Grau de liberdade de rotação nos nós 1 e 2
Θ	Deformação angular do eixo da barra

λ	Parâmetro da condição de contorno
ν	Coeficiente de Poisson
ξ	Taxa de amortecimento da viga
ξ_{max}	Taxa de amortecimento máximo da viga
π	Pi
ρ	Massa específica do material
φ_i	Modo natural de vibração de uma estrutura
Φ	Bitola da armadura
χ	Razão entre alturas das seções transversais da mísula
ω_0	Frequência fundamental de vibração
ω_n	Frequência natural de vibração
$\omega_{amortecido}$	Frequência natural de vibração amortecida
V	Volume

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	JUSTIFICATIVA	20
1.2	OBJETIVOS	20
1.3	METODOLOGIA.....	20
1.4	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	21
2	REVISÃO DE LITERATURA	23
2.1	<i>STRUCTURAL HEALTH MONITORING</i> (SHM).....	23
2.2	MODELAGEM NUMÉRICA.....	27
2.3	ATUALIZAÇÃO DE MODELO DE ELEMENTOS FINITOS	31
2.4	ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL.....	32
3	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE DINÂMICA DE ESTRUTURAS.....	38
3.1	PROJETO	38
3.2	MODELO CONTÍNUO.....	40
3.3	MODELO EM ELEMENTOS FINITOS	55
4	VERIFICAÇÃO E VALIDAÇÃO	61
5	PROTÓTIPO	74
5.1	DESCRIÇÃO DO ELEMENTO ESTRUTURAL	74
5.2	ANÁLISE EXPERIMENTAL.....	75
5.3	ANÁLISE NUMÉRICA	81
6	POSTE DE CONCRETO ARMADO.....	92
6.1	ANÁLISE EXPERIMENTAL.....	92
6.2	ANÁLISE NUMÉRICA	96
7	CONCLUSÕES	107
	REFERÊNCIAS	109
	ANEXO	112
	APÊNDICE	113

1 INTRODUÇÃO

A degradação de uma estrutura pode acarretar diversos riscos a seus utilizadores. Por isso, é necessário que estruturas funcionem adequadamente durante toda sua vida útil (ORHAN, 2007). A perda de sua capacidade estrutural por meio da alteração de suas propriedades mecânicas, proveniente de carregamentos estáticos e dinâmicos, corrosão e/ou mudanças na temperatura e umidade (RUCKA e WILDE, 2013), é capaz de inviabilizar o uso, e potencialmente levar a estrutura à ruína.

O dano pode ser definido como mudanças nas propriedades geométricas ou do material de uma estrutura, incluindo mudanças nas condições de contorno e a conectividade do sistema, o que pode afetar diretamente sua performance (FARRAR, C. e WORDEN, 2007), e pode ser causado por diversas situações, como o aumento das cargas às quais a estrutura está sujeita, ou até mesmo a prolongação da utilização da estrutura após seu período de vida útil (ENGEL et al., 2014). O SHM vem sendo cada vez mais utilizado devido aos avanços das tecnologias de sensores e análise de dados (DIEZ et al., 2016).

Dentro da Engenharia Civil, a garantia da integridade de uma estrutura é de suma importância, visto que qualquer falha pode levar a acidentes fatais, comprometendo a segurança pública (DEHGHAN-NIRI e SALAMONE, 2015). Sendo um dos materiais mais utilizados dentro da construção civil, Rucka e Wilde (2013) afirmam que o concreto armado demanda estudos e avaliações constantes em relação a sua integridade estrutural, e muitas pesquisas são feitas para que o monitoramento de suas propriedades mecânicas seja eficiente e contínuo.

Muitos desses estudos propõem a utilização de métodos não destrutivos (DE MEDEIROS et al. 2015) para a avaliação estrutural, como por exemplo o raio-x, que já foi utilizado para o estudo de diversos materiais (KALLONEN, 2013), emissão acústica, termografia infravermelha, e testes ultrassônicos (RUCKA e WILDE, 2013).

Segundo Stache, Guettler e Marburg (2016), defeitos alteram as propriedades mecânicas e geométricas das estruturas e causam modificações mensuráveis em seu comportamento dinâmico em relação ao sistema não danificado. Os parâmetros modais de uma estrutura, tais como frequências e modos naturais de vibração e amortecimento modal, são funções das propriedades físicas da estrutura e tipo de apoio ao qual ela está sujeita. Por isso, mudanças nas propriedades físicas, como massa, rigidez e amortecimento irão resultar numa alteração dos parâmetros modais.

Os parâmetros modais são afetados por propriedades estruturais, como massa, rigidez, geometria e apoios, que, uma vez afetados, podem alterar o comportamento modal da estrutura. Mudanças nos índices de rigidez avaliadas nas atualizações de ambos os modelos são usadas para identificação e quantificação do dano (FARRAR e WORDEN, 2007)

Com o intuito de realizar o monitoramento contínuo da integridade de suas estruturas, a Companhia Energética do Rio Grande do Norte (COSERN), do grupo Neoenergia, que possui como um dos seus valores a segurança, se interessou pela presente pesquisa, e solicitou que ela fosse inserida em seu projeto de pesquisa e desenvolvimento (P&D ANEEL 00040-0022/2016), junto às empresas Lactec e COSERN, intitulado “Avaliação da Integridade Estrutural de Postes de Distribuição por Meio de Monitoramentos Dinâmicos”. O objetivo principal do projeto é evitar acidentes que possam ocorrer nos postes da empresa durante a manutenção ou qualquer outro serviço que se fizesse necessária a subida nos postes, que possa causar falha global na estrutura e culminar em seu colapso.

Por meio de relatórios de alguns incidentes ocorridos, apresentados pela própria empresa, observou-se que, mesmo realizada a Análise Preliminar de Risco (APR) para a execução do serviço e, apesar de ser realizada toda a avaliação prevista no protocolo interno, alguns sinais de comprometimento estrutural dos postes não são percebidos em inspeções visuais, podendo resultar em incidentes. A FIGURA 1 mostra a base de um dos postes que pode vir a ocorrer algum incidente:

FIGURA 1 - RUPTURA NA BASE DO POSTE



FONTE: COSERN (2017).

Além dos casos supracitados, pode haver situações em que a estrutura parece estar em plenas condições para a escalada, porém, ao executar o serviço de manutenção com o auxílio de uma escada, pode vir a ocorrer o rompimento do poste, conforme pode ser visto na FIGURA 2.

FIGURA 2 - POSTE APÓS A QUEDA



FONTE: COSERN (2017).

Devido à dificuldade da situação, tornou-se necessário o monitoramento da saúde estrutural, do inglês *Structural Health Monitoring* (SHM), que pode ser definido como o processo de implementação de uma estratégia de identificação de dano para infraestruturas de Engenharia Aeroespacial, Civil e Mecânica (FARRAR e WORDEN, 2007).

A identificação modal dos postes pode fornecer, portanto, a avaliação da integridade estrutural dessas estruturas, se feita por meio de ensaios expeditos pela empresa de distribuição de energia elétrica, e pode indicar o nível de segurança da estrutura previamente às operações de manutenção da rede. Esse procedimento de SHM também pode ser utilizado para planejamento e priorização de atividades de manutenção da infraestrutura das redes de distribuição elétrica.

1.1 JUSTIFICATIVA

As estruturas dos postes de concreto da mencionada empresa foram escolhidas por se tratarem de casos que apresentam deterioração, afetando tanto o serviço fornecido pela empresa, quanto a segurança de seus funcionários. Os resultados obtidos a partir dos testes realizados em laboratório e de forma computacional serão relacionados às estruturas reais existentes, podendo, portanto, verificar a sua estabilidade.

Este procedimento permitirá o Monitoramento da Saúde Estrutural dos postes de concreto em tempo real, a qualquer instante em que seja desejado, sem comprometer a integridade da estrutura. Como consequência, a qualidade do serviço a ser realizado pela rede de distribuição de energia elétrica será garantida de forma mais consistente, bem como a segurança de seus contribuintes.

Neste sentido, a modelagem dos postes de concreto servirá de base para o SHM a ser realizado em etapas futuras do projeto. Com as propriedades geométricas e mecânicas das estruturas devidamente implementadas computacionalmente, será possível realizar análises paramétricas baseadas nos parâmetros modais obtidos pelos modelos.

1.2 OBJETIVOS

O objetivo do presente trabalho é desenvolver um modelo computacional com geometria de um poste de distribuição de energia elétrica com estrutura de concreto armado parcialmente enterrado. Esse modelo, que será feito em software comercial baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF), Ansys Workbench 18.1 (ANSYS, INC., 2018), tem como servir de base para a criação de uma ferramenta de um programa de SHM baseado na identificação das propriedades modais dos postes de concreto armado da empresa.

1.3 METODOLOGIA

O trabalho está dividido nas seguintes etapas:

1. Elaborar e comparar os resultados obtidos por modelos contínuos e discretos que apresentem as considerações e simplificações assumidas para o estudo;
2. Introduzir modificações nos modelos na etapa 1, como por exemplo alterar as propriedades do material, a geometria e as condições de apoio, com a finalidade de comparar seus resultados com os obtidos em ensaios de laboratório;
3. Calibrar os modelos para que representem o comportamento dinâmico de postes distribuição de energia elétrica com estrutura de concreto armado, de forma que os parâmetros modais obtidos por esse modelo possam ser comparados qualitativa e quantitativamente com os medidos em campo no momento da realização do serviço nos postes de concreto armado da empresa.

A comparação dos resultados caracteriza o SHM, de tal forma que no caso de as propriedades modais da estrutura real e do modelo forem semelhantes, pode significar que o poste está em condições seguras quanto à integridade estrutural, fornecendo maior segurança para a execução da manutenção.

1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

No capítulo 2 será apresentada uma revisão de literatura relacionada aos tópicos pertinentes para o estudo, como informações sobre o SHM e referentes à utilização de métodos experimentais para obtenção de parâmetros modais de estruturas (análise modal). Posteriormente, no capítulo 3 é apresentada a formulação do problema, sendo mostrados os modelos estrutural, analítico, discreto e contínuo, englobando vários aspectos do estudo, que por sua vez são comparados no capítulo 4, onde é descrita a etapa de verificação e validação, na qual são desenvolvidos os modelos acima citados, permitindo, ao comparar cada um, avaliar o quão precisos são, contrastando os resultados obtidos por cada um.

Por fim, no capítulo 5 são apresentados resultados de análises modais realizadas em protótipos de concreto armado submetidos ao envelhecimento acelerado por meio de aspersão de íons agressivos aos seus materiais, com a intenção de verificar a relação entre a degradação de suas propriedades mecânicas e

variação de seu comportamento dinâmico. Depois, no capítulo 6 são descritos a obtenção e o uso de um modelo matemático em Elementos Finitos para a estrutura de um poste de distribuição de energia elétrica em concreto armado parcialmente enterrado, permitindo a comparação com a estrutura real.

2 REVISÃO DE LITERATURA

O desenvolvimento de um modelo computacional baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF) requer um embasamento teórico que trate de aspectos relevantes para o presente estudo.

2.1 *STRUCTURAL HEALTH MONITORING* (SHM)

O SHM tem por objetivo, a qualquer instante ao longo da vida útil de uma estrutura, fornecer um diagnóstico da integridade dos seus materiais constituintes, de diferentes partes da estrutura, ou mesmo do conjunto total destas partes de uma estrutura, formando a construção como um todo (BALAGEAS, FRITZEN e GÜEMES, 2006).

O estado da estrutura deve sempre permanecer nas condições determinadas no dimensionamento, embora as características iniciais possam ser alteradas de forma normal por uso, intempéries e eventos acidentais que atuem sobre a estrutura. É possível afirmar que o SHM é um método pelo qual se possa realizar uma avaliação não destrutiva da estrutura. Além disso, o SHM permite o uso de sensores, transmissão de dados, poder computacional e a habilidade de processamento dentro das estruturas (BALAGEAS, FRITZEN e GÜEMES, 2006).

A investigação da vibração de uma estrutura danificada é uma abordagem para o diagnóstico de falhas. Além disso, é uma técnica não destrutiva de detecção de dano que recentemente recebeu grande importância diversos estudos (QIAN, GU e JIANG, 1990). O desenvolvimento de técnicas de identificação de dano para estruturas que vibram, como turbinas, geradores, motores, estruturas de aeronaves e espaçonaves se tornou foco de muitas pesquisas. Devido a demandas crescentes por segurança, confiança e eficiência, é considerado que o monitoramento dos comportamentos dinâmicos globais de uma estrutura constitua-se em uma alternativa promissora para detecção de dano. Consequentemente, o estudo da dinâmica de estruturas fissuradas é de suma importância (SHEN e PIERRE, 1994).

As técnicas de SHM são capazes de detectar e localizar a presença de dano em estruturas, por meio de monitoramentos utilizando sensores instalados nos elementos estruturais. Isso pode ser uma alternativa para evitar a inspeção manual, e pode acarretar na possibilidade de se executar manutenções direcionadas às

condições que apresentam falhas, diminuindo os custos de reparos ao longo da vida útil da estrutura, além de prover uma análise mais confiável do estado da mesma (GAGAR, MARTINEZ, e FOOTE, 2014).

Atualmente, um dos usos mais recorrentes da tecnologia SHM é o monitoramento do estado de maquinário rotativo, cuja aplicação se baseia quase que exclusivamente em uma abordagem sem modelo de identificação de dano. O processo de identificação é baseado no reconhecimento de padrões aplicados a espectros de deslocamentos, velocidade ou aceleração, medidos geralmente em um único ponto da máquina durante as condições corriqueiras de operação, partida e desligamento do equipamento. Normalmente esse reconhecimento de padrões é realizado apenas de forma qualitativa, baseada numa comparação visual do espectro obtido do sistema em diferentes instantes de tempo. Bancos de dados já desenvolvidos permitem que tipos específicos de dano sejam identificados a partir de características particulares da vibração (FARRAR, C. e WORDEN, 2007).

Durante as décadas de 70 e 80, a indústria petroleira tomou esforços consideráveis para desenvolver métodos de identificação de dano baseados na vibração para plataformas offshore. Esse problema de identificação de dano é fundamentalmente diferente em relação ao do maquinário rotativo, porque a localização do dano é desconhecida, e porque a maioria da estrutura não é prontamente acessível para as medições necessárias. Para contornar estas dificuldades, uma metodologia comum adotada foi simular possíveis cenários de dano com modelos numéricos, examinar as alterações nas frequências ressonantes que foram simuladas por estas mudanças modeladas, e correlacionar tais variações com as medidas em uma plataforma (FARRAR, C. e WORDEN, 2007).

Por conta de diversas adversidades, como o ruído dos equipamentos da plataforma, dificuldades de instrumentação em ambientes hostís, variabilidade das condições de fundação e a impossibilidade da movimentação das ondas oceânicas excitarem modos mais altos de vibração impediram a adaptação desta tecnologia e os esforços de desenvolver mais adiante essa tecnologia para plataformas offshore foram abandonados no início dos anos 80 (FARRAR, C. e WORDEN, 2007).

A comunidade científica da área Aeroespacial começou a estudar o uso de identificação de dano baseada na vibração durante o final dos anos 70 e início dos anos 80, em conjunto com o desenvolvimento do ônibus espacial. Esse trabalho foi continuado com as atuais aplicações investigadas para a estação espacial da

Administração Nacional do Espaço e da Aeronáutica (NASA), e designs futuros de veículos de lançamento reutilizáveis. O Sistema de Inspeção Modal de Transporte (SMIS), dentro do escopo da indústria aeroespacial, foi desenvolvido para identificar dano de fadiga em componentes como superfícies de controle, painéis de fuselagem e superfícies de levantamento (FARRAR, C. e WORDEN, 2007).

Essas áreas são cobertas por um sistema de proteção térmica, tornando-as inacessíveis e, conseqüentemente, deixando impraticáveis os métodos convencionais de inspeção não destrutiva local. O SMIS foi bem sucedido na localização de dano nessas áreas, e todos os veículos em órbita vêm sendo submetidos a testes de SMIS desde 1987. As aplicações na Estação Espacial conduziram o desenvolvimento de métodos experimentais e analíticos voltados para identificar dano em elementos de treliça, causado por impactos de resíduos espaciais. Essas abordagens são baseadas na correlação entre modelos analíticos da estrutura não danificada, com propriedades modais, como amortecimento, frequências e modos naturais de vibração, medidas na estrutura com e sem dano (FARRAR, C. e WORDEN, 2007).

Desde meados dos anos 90, estudos de identificação de dano em materiais compósitos foram motivados pelo desenvolvimento de um tanque compósito de combustível para um veículo reutilizável de lançamento. Além disso, o problema dos tanques de material compósito apresenta um grande desafio, já que o sistema de detecção não pode prover uma fonte de faísca. Este desafio levou ao desenvolvimento de SHM baseado em sistemas de detecção de fibra ótica (FARRAR, C. e WORDEN, 2007).

Estruturas estão sujeitas a deterioração e dano durante seu período de vida útil de serviço (DAWARI e VESMAWALA, 2013). A comunidade da Engenharia Civil estudou avaliações de dano através da vibração de pontes e edifícios desde o início dos anos 80. As propriedades modais foram características principais usadas para identificar o dano nessas estruturas (FARRAR, C. e WORDEN, 2007). O SHM é vital, não somente em estruturas mecânicas, mas também em estruturas de concreto, e recebeu muita atenção tanto em pesquisas quanto em novos desenvolvimentos nos últimos anos. Nesse caso, um sistema típico de SHM engloba a integração de técnicas sensoriais, materiais inteligentes, transmissão e aquisição de dados, poder computacional e habilidade de processamento dentro das estruturas (LUO ET AL., 2016).

O aumento do tráfego em rodovias mexicanas tem demandado pontes e estruturas de pavimentos com especificações, qualidade e performance mais altas. Diante disso, Quintana et al. (2016) desenvolveram um sistema de SHM utilizando sensores óticos de deformação, aceleração e temperatura embutidos no pavimento contínuo de concreto armado (CRCP) de uma das mais importantes rodovias do México, com o objetivo de monitorar a performance do aço e do concreto, considerando vibrações e deformações causadas por cargas dinâmicas e efeitos térmicos. O CRCP foi avaliado sob cargas controladas e operacionais, e as respostas dinâmicas foram correlacionadas a mudanças de temperaturas e gradientes térmicos. Depois de quase três anos de monitoramento frequente, foi descoberto que o sistema de sensores foi capaz de avaliar a evolução estrutural do pavimento.

O método de SHM utilizado no projeto do qual o presente trabalho faz parte é semelhante ao descrito acima, por meio da instalação de acelerômetros, dispositivos capazes de mensurar a aceleração de determinada estrutura após a aplicação de uma excitação sobre a mesma. Com isso, é possível determinar as propriedades modais do objeto de estudo, permitindo, assim, monitorar a saúde estrutural do mesmo. Comparando os resultados dos modelos computacional e matemático com os parâmetros obtidos através de ensaios experimentais da estrutura antes e depois do dano, é possível avaliar a integridade da estrutura através das frequências naturais de vibração da mesma.

Com esse método, espera-se que os modelos a serem desenvolvidos sejam capazes de prever se a manutenção dos postes de concreto, principalmente com o acesso de operários sobre os mesmos, poderá ser realizada com segurança, por meio da avaliação da rigidez da estrutura, efetuada pela comparação dos parâmetros modais obtidos no momento do serviço com os previamente calculados em modelos computacionais.

Em uma identificação de dano, dados modais numericamente calculados e experimentalmente determinados são comparados para computar parâmetros de defeito geométrico, como posição e magnitude. Por isso, a detecção deste dano só pode ser tão precisa quanto os dados utilizados, e devido à complexidade do estudo, uma consideração numérica é inevitável (STACHE, GUETTLER, e MARBURG, 2016).

Qualquer fissura ou dano localizado em uma estrutura reduz sua rigidez, o que altera as frequências e modifica os modos naturais de vibração da mesma. Diversos estudos utilizaram essas características para detectar e localizar uma

fissura, embora a mudança nas frequências foi utilizada com este propósito com mais ênfase (PANDEY, BISWAS, e SAMMAN, 1991).

2.2 MODELAGEM NUMÉRICA

A identificação modal de estruturas civis é necessária para a validação de modelos de elementos finitos utilizados para prever o comportamento estrutural estático e dinâmico, além de também orientar as decisões das análises experimentais. Após validações experimentais apropriadas, esses modelos podem fornecer informações essenciais que podem ser posteriormente comparadas com as obtidas por sistemas de monitoramento de dano estrutural de longa duração. A correlação de parâmetros modais pode ser analisada tanto em termos de frequências naturais calculadas e identificadas, quanto por modos de vibração correspondentes utilizando coeficientes de correlação. Além disso, estimativas de amortecimento modal também podem ser comparadas com os valores assumidos para a modelagem numérica (CUNHA e CAETANO, 2006).

O processo de desenvolver um modelo baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF) de uma estrutura envolve suposições e simplificações que pode gerar erros. Esses erros são geralmente relacionados a imprecisões na discretização do modelo de MEF, incertezas na geometria e condições de apoio e variações nas propriedades do material. Por isso, a precisão do modelo depende fortemente na validação experimental dos resultados numéricos, que é geralmente executada por meio de medições estáticas ou quase estáticas baseadas em testes de carregamento, medições dinâmicas baseadas em vibração ambiente ou forçada, ou a combinação de medições estáticas e dinâmicas (RIBEIRO et al., 2012).

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é um método numérico que já se tornou indispensável para a solução de problemas de Engenharia e Física Matemática (WIBERG et al., 1996). A análise estrutural, transferência de calor, fluxo de fluídos, transporte de massa, potencial eletromagnético são alguns dos problemas típicos estudados através do MEF por essas áreas. Para problemas que envolvem características complexas, como geometrias não convencionais, carregamentos especiais ou propriedades de material, é geralmente impossível de se obter soluções analíticas, por isso se faz necessária a utilização de métodos numéricos (LOGAN, 2011).

A formulação dos Elementos Finitos de um problema resulta em um sistema de equações algébricas simultâneas para ser resolvido, ao invés da solução de equações diferenciais propriamente ditas. Esses métodos numéricos fornecem valores aproximados das incógnitas em um número discreto de pontos em um meio contínuo. Por isso, o processo de modelar um corpo ao dividi-lo em um sistema equivalente constituído por corpos menores, interconectados em pontos em comum para três ou mais elementos (nós), formando uma malha, é chamado de discretização (LOGAN, 2011), e com o desenvolvimento da capacidade computacional, problemas discretos podem ser resolvidos rapidamente, mesmo se o número de elementos for muito elevado (ZIENKIEWICZ, TAYLOR e ZHU, 2005).

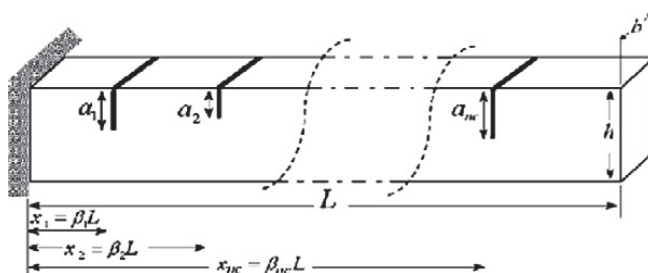
No MEF, ao invés de resolver o problema para o corpo inteiro em uma única operação, são formuladas equações para cada elemento finito, que são então combinadas para se obter a solução para a estrutura como um todo (LOGAN, 2011).

Em resumo, a solução de problemas estruturais geralmente se refere à determinação dos deslocamentos em cada nó e nas tensões entre cada elemento, formando a estrutura que está sujeita a cargas aplicadas, mas também pode se relacionar com a obtenção de parâmetros modais, tais como frequências e modos naturais de vibração da estrutura. No caso de problemas não estruturais, as incógnitas nodais podem ser, por exemplo, temperaturas ou pressões geradas por fluxos térmicos ou de fluidos (LOGAN, 2011).

Adams, et al. (1975) desenvolveram um modelo teórico para prever o dano e sua localização baseado em uma análise de receptância, a qual utiliza os modos longitudinais de vibração, e é válida para estruturas que podem ser tratadas como unidimensionais (PANDEY et al., 1991).

Outro aspecto relevante no modelo discreto é a abordagem do dano dentro da estrutura, e a detecção de dano baseada na vibração (VBDD) é uma técnica para realizar um SHM que pode ser estudado de forma numérica e experimental. Em geral, as fissuras no concreto armado reduzem a rigidez da seção transversal fissurada. Essa redução pode ser modelada através de molas, como fez Jassim et al., (2013), que modelou uma viga engastada e livre com diversas fissuras ao longo do seu eixo, como pode ser visto na FIGURA 3. Por meio dessa técnica de modelagem, o autor obteve resultados significativos em estudos de identificação de dano, evidenciando a eficácia da utilização de molas para representar regiões com rigidez comprometida.

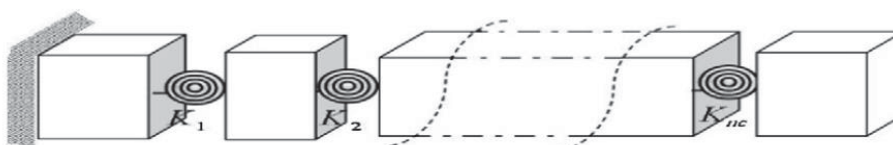
FIGURA 3 - GEOMETRIA DE UMA VIGA FISSURADA



FONTE: Jassim et al. (2013).

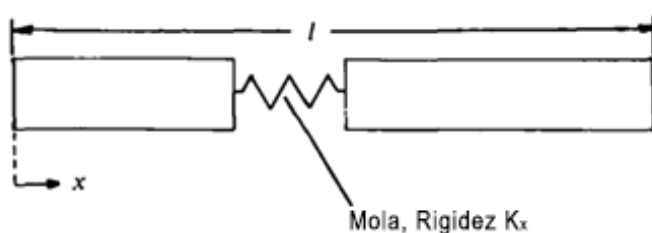
Na FIGURA 4 as molas utilizadas foram do tipo rotacional, essenciais para o estudo da flexão, enquanto que na FIGURA 5 a mola é do tipo longitudinal, adequado para a modelagem de vibração axial.

FIGURA 4 - VIGA ENGASTADA COM MOLAS ROTACIONAIS



FONTE: Jassim et al. (2013).

FIGURA 5 - VIGA ENGASTADA COM MOLA LONGITUDINAL



FONTE: Adams, Cawley e Stone (1978).

Na Engenharia de Estruturas, o MEF tem como objetivo a determinação do estado de tensão e de deformação de um sólido de geometria arbitrária, sujeito a ações exteriores. Quando existe a necessidade de projetar uma estrutura, é usual que seja feita uma sucessão de análises e modificações de suas características, com o objetivo de alcançar uma configuração ideal que alie economia com funcionalidade (AZEVEDO, 2003).

O MEF apresenta atualmente um nível de desenvolvimento que permite a sua utilização pela maioria dos projetistas de estruturas. Enquanto que no passado muitos dos utilizadores do MEF estavam também envolvidos na programação do método em computador, observa-se hoje em dia que a grande maioria dos projetistas de estruturas se preocupam apenas com a utilização de softwares comerciais de Elementos Finitos e com a interpretação de seus resultados. Portanto, diante de um problema de análise estrutural, o projetista que possui um software de MEF tem a possibilidade de obter resultados representativos (AZEVEDO, 2003).

O MEF baseia-se na discretização de uma estrutura em subestruturas, cada uma delas designada como um elemento finito, que tem comportamento conhecido, sendo o comportamento da totalidade considerado como a soma de cada uma das partes (AZEVEDO, 2003).

O Ansys, da empresa ANSYS, Inc. (1970), é um software comercial de MEF que permite a criação de modelos de diversos sistemas de análise, como termodinâmica, estática, modal, de fluidos, etc. Por meio das ferramentas do software, os sistemas podem adquirir geometrias, propriedades e outras condições especificadas pelo usuário. No caso da análise modal, o modelo é capaz de identificar os parâmetros modais de determinada estrutura, o que é muito utilizado na literatura para a comparação com resultados obtidos através de modelos experimentais. Essa prática pode ser utilizada para executar o SHM em estruturas.

A atualização (ou calibração) de modelos de Elementos Finitos é um procedimento para determinar parâmetros incertos no modelo inicial, baseado em resultados experimentais para alcançar um modelo mais adequado da estrutura. Modelos calibrados podem ser usados para a previsão de respostas dinâmicas sob novas condições de carregamento, identificação de dano, para dimensionamento de sistemas de SHM, bem como para fazer previsões da vida útil remanescente da estrutura (RIBEIRO et al., 2012).

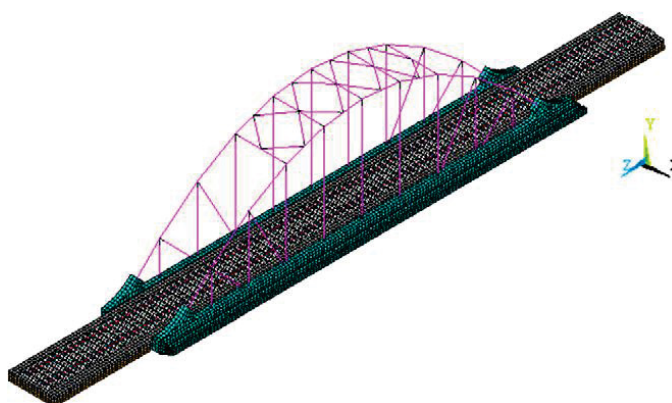
Ribeiro et al. (2012) desenvolveram o SHM da ponte ferroviária de São Lourenço, apresentada na FIGURA 6. A ponte se encontra na região norte de Portugal, e estabelece a conexão ferroviária entre Porto e Lisboa e suporta trens que viajam com velocidades de até 200 km/h. A análise dinâmica da ponte foi feita com um modelo computacional tridimensional no Ansys, como apresentado na FIGURA 7.

FIGURA 6 - PONTE DE SÃO LOURENÇO



FONTE: Ribeiro et al. (2012).

FIGURA 7 - MODELO DA PONTE NO ANSYS



FONTE: Ribeiro et al. (2012).

O modelo foi capaz de identificar as frequências e os modos naturais de vibração da ponte, e ao serem comparados com os parâmetros modais obtidos através da análise experimental, foi feita a calibração do modelo, para que esse se aproximasse das características da estrutura real.

2.3 ATUALIZAÇÃO DE MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

O método da atualização de modelo de Elementos Finitos surgiu com a combinação da Análise de Elementos Finitos, do inglês *Finite Element Analysis* (FEA) com a Análise Modal Experimental, também do inglês *Experimental Modal Analysis* (EMA). O objetivo era corrigir parâmetros geométricos e/ou físicos ou condições de contorno do modelo inicial de Elementos Finitos através de um procedimento de afinação do mesmo, baseado nos resultados experimentais como frequências e

modos naturais de vibração, e posteriormente reproduzir a performance dinâmica de uma estrutura com a maior precisão possível, efetuando a comparação desses resultados (BROWNJOHN et al., 2001).

Ainda segundo Brownjohn et al. (2001), a integração da FEA com a EMA pode remediar as deficiências de usar análises meramente numéricas, e assim obter uma melhora significativa nos resultados.

2.4 ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL

Estruturas compostas de concreto e aço representam um exemplo de sistemas estruturais para os quais o desenvolvimento de técnicas dinâmicas não destrutivas de detecção de dano é de grande interesse. É de conhecimento geral que a aderência entre concreto e armadura é um componente estrutural que precisa suportar as principais consequências de tensão e fadiga, e o dano geralmente envolve a deterioração desta ligação, causando uma diminuição da rigidez do sistema e de sua resistência final. Além disso, devido à inacessibilidade dessa conexão, uma inspeção direta para verificar o dano é quase impraticável, o que faz necessária a utilização de um método não destrutivo de detecção de dano (DILENA e MORASSI, 2003).

O estudo experimental da vibração estrutural sempre forneceu uma contribuição significativa aos esforços de entender e controlar vários fenômenos de vibração encontrados na prática. Desde os primeiros estudos utilizam-se vibrações, observações experimentais foram feitas para dois objetivos maiores, de determinar a natureza e amplitude de níveis de resposta de vibração, e verificar previsões e modelos teóricos. Hoje, problemas de vibração estrutural apresentam grandes riscos e limitações de dimensionamento para um grande número de produtos de Engenharia (EWINS, 1984).

Primeiramente, existe um número de estruturas, desde hélices de turbinas até pontes suspensas, para as quais a integridade estrutural é de enorme preocupação, e por isso um conhecimento preciso e minucioso das características dinâmicas é essencial. Por essa razão, existe um conjunto de componentes ainda maior para o qual a vibração é diretamente relacionada com a performance, tanto pela capacidade de causar um mau funcionamento temporário durante um movimento excessivo, ou por criar desconforto. Para todos esses exemplos, é importante que os níveis de

vibração encontrados em serviço ou operação sejam antecipados e satisfatoriamente controlados (EWINS, 1984).

Os dois objetivos de medição de vibração citados anteriormente representam dois tipos de testes correspondentes. O primeiro é o que as forças de vibração, ou respostas, são medidas durante a operação da máquina ou estrutura em estudo, enquanto o segundo é um teste em que a estrutura ou componente é vibrado com uma excitação conhecida, normalmente fora de seu ambiente normal de serviço. Esse segundo tipo é geralmente feito em condições muito mais controladas que o primeiro, e conseqüentemente fornece informações mais precisas e detalhadas (EWINS, 1984).

Esse tipo de teste, incluindo tanto a aquisição de dados quanto sua subsequente análise, é atualmente chamado de Análise Modal, que pode ser definida como “o processo envolvido em componentes de teste ou estruturas, com o objetivo de obter uma descrição matemática de seu comportamento dinâmico ou de vibração” (EWINS, 1984).

Talvez a aplicação mais utilizada de análise modal é a medição de modos de vibração para compará-los com dados correspondentes gerados por um modelo teórico ou de elementos finitos, como citado nas subseções anteriores, o que surge da necessidade ou desejo de validar o modelo teórico antes de seu uso para prever níveis de resposta para excitações complexas, como um choque, ou outros estágios mais profundos da análise (EWINS, 1984).

É geralmente entendido que a confirmação da maioria dos modos de vibração de testes pode validar o modelo, que então poderá ser mais profundamente utilizado. Para esse tipo de aplicação, tudo que é adquirido dos testes são estimativas precisas das frequências naturais e descrições dos modos de vibração. Diversos casos da comparação experimento-teoria param no estágio de obter um grupo de resultados e simplesmente compará-los. Algumas vezes, uma tentativa será feita para ajustar ou corrigir o modelo teórico para que este apresente propriedades modais mais próximas às dos resultados medidos. (EWINS, 1984).

No caso dos aspectos mecânicos de apoio e excitação, são encontradas algumas questões, como a maneira com que o objeto de estudo deve ser suspenso ou apoiado, e como esse processo deve ser feito. Normalmente uma das três opções é escolhida para o apoio: livre, ou sem restrição, que geralmente significa que a peça será suspensa em molas muito leves; enterrada, que requer um engastamento rígido

em certos pontos; ou in situ, na qual o objeto de estudo é conectado a alguma outra estrutura ou componente que apresenta uma ligação não rígida (EWINS, 1984).

A escolha por si só será definida por vários fatores, entre estes a intenção de correlacionar os resultados dos testes com a teoria, que neste caso deve ser considerado que a condição livre, ou sem restrições, é mais fácil de ser simulada que as demais. A excitação é alcançada ou por conectar um gerador de vibração (*shaker*) à estrutura, ou utilizando uma forma de fornecer uma energia transiente, como um impacto de martelo ou soltar a estrutura repentinamente de uma posição deformada (EWINS, 1984).

Transdutores são elementos muito importantes no sistema, já que é essencial que medições precisas sejam feitas tanto da excitação quanto da resposta. Atualmente, transdutores piezoelétricos são vastamente utilizados para detectar tanto a força quanto a aceleração, e a maioria dos problemas associados a eles são para garantir que eles interfiram o mínimo possível com a estrutura de teste, e que sua performance seja adequada para o limite de frequência e amplitude do teste. A seleção incorreta dos transdutores pode gerar erros muito grandes nos dados medidos, nos quais toda a análise posterior é baseada (EWINS, 1984).

Quanto às técnicas de análise modal experimental, existem basicamente dois tipos de medição de vibrações: os que medem apenas um parâmetro (geralmente o nível de resposta), e os que medem tanto a excitação, quanto a resposta do sistema. Considerando a relação básica $\text{RESPOSTA} = \text{PROPRIEDADES} \times \text{EXCITAÇÃO}$, pode-se perceber que apenas quando dois dos três termos da equação são medidos que se torna possível definir completamente o que está acontecendo na vibração do objeto de estudo. Se apenas a resposta for medida, não se consegue afirmar se um grande nível de resposta ocorre devido a uma excitação forte ou à ressonância da estrutura. Não por isso, ambos os tipos de medição têm suas aplicações e muitos dos equipamentos e instrumentação são utilizados em ambos os casos (EWINS, 1984).

Considerando apenas o segundo tipo, no qual ambos os parâmetros são medidos, existem diversas abordagens que podem ser adotadas, porém o método de excitação em um único ponto (também conhecido como medição da mobilidade) é mais direto. A configuração do teste experimental usado para a medição da mobilidade é simples, embora existam diversas variantes nela em relação aos itens utilizados. Há três tipos de itens principais em sua configuração: um mecanismo de

excitação, um sistema de transdução (para medir os diversos parâmetros de interesse) e um analisador, para extrair a informação desejada (EWINS, 1984).

Um importante procedimento para todo o processo de medição de mobilidade é a preparação da estrutura, o que geralmente não recebe a devida atenção, o que pode degradar os resultados do teste inteiro. A primeira decisão a ser tomada é se a estrutura será apoiada ou não. No caso de uma estrutura sem apoio, a peça não é ligada ao chão em quaisquer de suas coordenadas e está, efetivamente, livremente suspensa no espaço. Nessa condição, a estrutura irá exibir modos de corpo rígido que são determinados unicamente por suas propriedades de massa e inércia, e não há nenhuma flexão nem curvatura. Teoricamente, qualquer estrutura sem apoio possuirá seis modos de corpo rígido, cujas frequências naturais serão iguais a 0 Hz. Ao testar uma estrutura nessa condição, é possível determinar esses modos de corpo rígido, e por isso as propriedades de massa e inércia podem ser de grande utilidade (EWINS, 1984).

Como já citado anteriormente, existem vários tipos de dispositivos para executar a excitação da estrutura, e são basicamente divididos em dois tipos: com ou sem contato. O primeiro dos dois envolve a conexão de um excitador que permanece fixado à estrutura ao longo do teste, mesmo se a excitação for contínua ou transiente. O segundo tipo inclui dispositivos que não entram em contato durante o período de vibração ou que entram em contato com a estrutura apenas por um curto período de tempo, enquanto a excitação é executada, como num impacto de um martelo (EWINS, 1984).

O último caso é um meio relativamente simples de excitar a estrutura para que ela vibre. O equipamento consiste apenas em um instrumento de impacto, que geralmente contém um conjunto de pontas e cabeças que servem para excitar diferentes frequências em diversos tipos de estruturas. Em conjunto com esse dispositivo há normalmente um transdutor de força, que detecta a magnitude da força sentida pelo instrumento de impacto, onde é assumida como igual e oposta à exercida sobre a estrutura. O equipamento é apresentado na FIGURA 8 (EWINS, 1984).

Basicamente, a magnitude do impacto é determinada pela massa da cabeça do martelo e a velocidade com a qual ele se movia quando atingiu a estrutura. Frequentemente o operador vai controlar a velocidade ao invés da força, então uma forma de se ajustar a força do impacto é variar a massa da cabeça do martelo. O

alcance da frequência que será excitada por este tipo de dispositivo é controlado pela rigidez das superfícies de contato e pela massa da cabeça do martelo (EWINS, 1984).

FIGURA 8 - MARTELO MEDIDOR DE FORÇA



FONTE: O autor (2018).

Uma das dificuldades da utilização deste método de excitação é garantir que cada impacto seja essencialmente o mesmo que os anteriores: não tanto em questão de magnitude, mas em relação a posição e orientação relativas à normal de superfície. Ao mesmo tempo, impactos múltiplos, popularmente referido como repique do martelo, devem ser evitados, já que criam dificuldades no estágio de processamento do sinal (EWINS, 1984).

Por fim, os analisadores têm o papel de medir os específicos parâmetros de interesse (força, níveis de resposta). Em princípio, cada analisador é uma forma de voltímetro, embora o processamento de sinal requerido para extrair a informação necessária de magnitude e fase de cada parâmetro leve a dispositivos muito complexos e sofisticados (EWINS, 1984).

Diferentes sistemas de medição utilizam diferentes tipos de analisador, sendo os filtros de rastreamento, analisadores de resposta de frequência e analisadores de espectro os três utilizados atualmente. O primeiro e o segundo são apenas utilizáveis para uma excitação harmônica, e extraem apenas um componente de frequência por vez, enquanto o terceiro busca medir simultaneamente todos os componentes de frequência presentes em um sinal complexo que varia no tempo. Seu dado de saída

consiste em um espectro, geralmente finito, contendo um número finito de componentes, descrevendo as magnitudes relativas de um alcance inteiro de frequências presentes no sinal (EWINS, 1984).

3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE DINÂMICA DE ESTRUTURAS

Uma vez que a modelagem estrutural é de fundamental importância para a análise dinâmica de uma estrutura de concreto armado, é necessário formular e analisar cuidadosamente as várias hipóteses necessárias para garantir a validade e representatividade do modelo matemático a ser desenvolvido. Por esse motivo são discutidos três tipos de modelo: estrutural, contínuo e discreto, os quais serão apresentados na sequência.

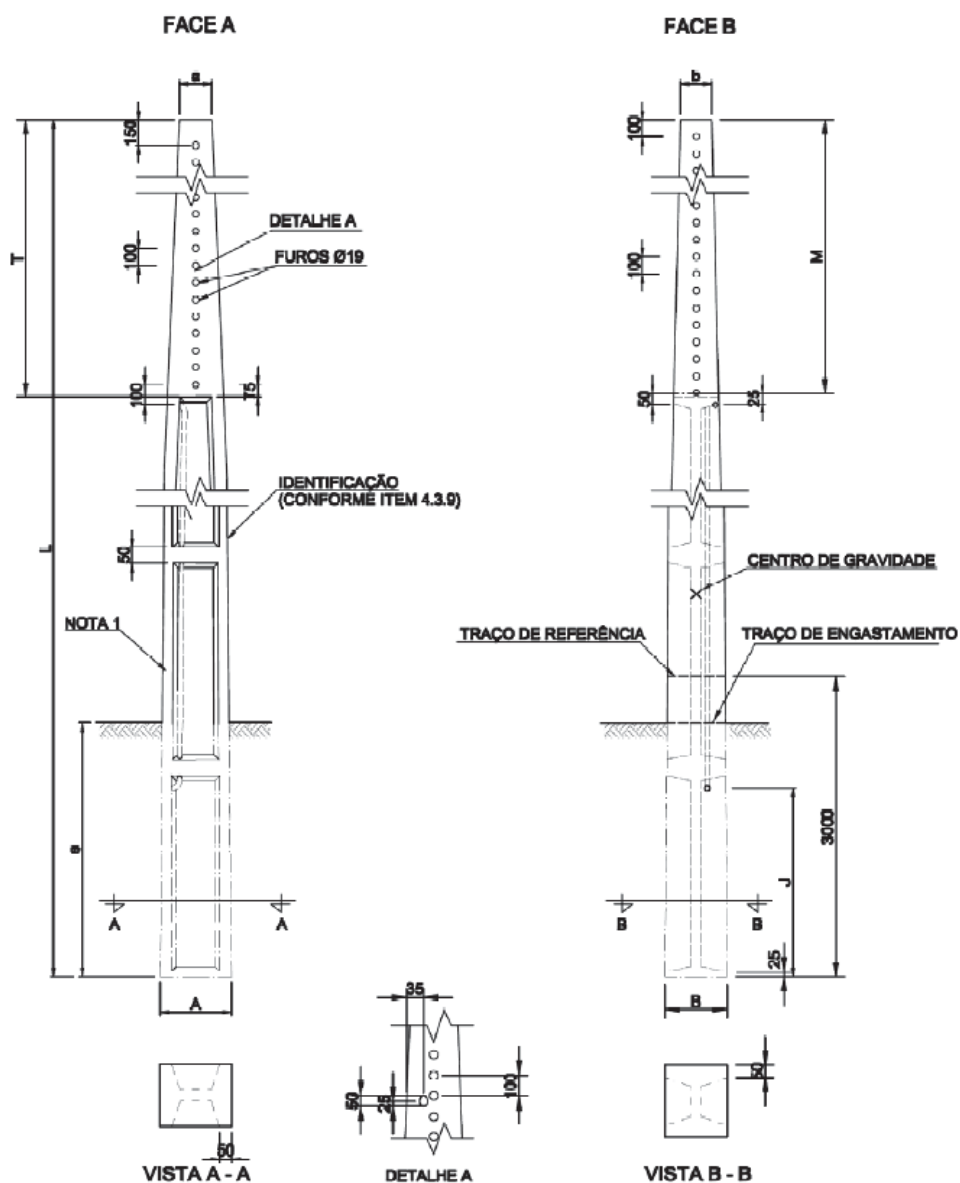
3.1 PROJETO

O modelo estrutural consiste na representação física dos sistemas físicos, e no caso deste trabalho, os postes de concreto. Como pode ser visto na FIGURA 9, os postes possuem uma seção transversal de duplo T variável até determinada altura, quando apresenta uma seção transversal retangular com furos igualmente espaçados, com maior área na base, e menor, no topo. A estrutura também possui gavetas (reforços em alguns pontos da seção transversal) geralmente utilizadas para apoio às atividades de manutenção.

Parte da região inferior do poste é enterrada para que a estrutura seja fixada no solo, enquanto na região superior os cabos de energia, cruzetas, isoladores e transformadores serão fixados à estrutura. Todas essas considerações devem ser levadas em conta para o modelo computacional que será desenvolvido, pois cada característica pode influenciar diretamente nos valores de frequências obtidos.

Os postes de concreto armado são projetados para resistir aos efeitos de cargas horizontais e verticais, transmitidas pela rede e por equipamentos instalados, como dos demais componentes, além de esforços causados por cargas acidentais e de vento. Essas solicitações podem resultar em esforços internos preponderantes na estrutura do poste, como compressão, flexão e cortante (SILVA, 2003).

FIGURA 9 - MODELO ESTRUTURAL DE POSTES DE CONCRETO



FONTE: ABNT 8451 (2011).

Considera-se que os postes se comportem como vigas baseadas na teoria de Euler-Bernoulli. Segundo Han, Benaroya e Wei (1999), a teoria de vigas de Euler é a mais comumente utilizada, pois é simples e provê aproximações razoáveis para diversos problemas de Engenharia, porém tende a superestimar um pouco as frequências naturais de vibração, e incorpora algumas simplificações: uma das dimensões da viga é muito maior que as demais; seu material é elástico linear; o coeficiente de Poisson do material é negligenciado; a seção transversal é simétrica;

os planos perpendiculares à linha neutra permanecem perpendiculares após a deformação; os efeitos de inércia e rotação são desprezados e a energia envolvida no cisalhamento é desprezada.

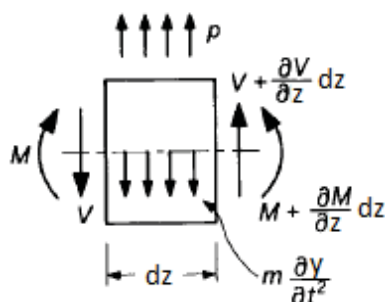
3.2 MODELO CONTÍNUO

Para estabelecer uma base de comparação para os resultados obtidos nos demais modelos, foi desenvolvido um modelo analítico para obtenção dos resultados das frequências naturais de vibração de uma viga de concreto armado, baseada na teoria de vigas de Euler-Bernoulli.

3.2.1 Vibração Transversal

A FIGURA 10 mostra um elemento infinitesimal de comprimento dz na direção do eixo longitudinal do eixo (z) de uma viga sujeita a diversos esforços ($p(z)$) baseada na teoria de vigas de Euler-Bernoulli, de comprimento L , material homogêneo com massa específica ρ e módulo de elasticidade E , seção variável com área de seção transversal dada por $A(z)$ e momento de inércia em relação a um eixo transversal ao plano da viga dado por $I(z)$ (DADO, 1997):

FIGURA 10 - ELEMENTO INFINITESIMAL DE VIGA



FONTE: J.L.Humar (2001).

O elemento infinitesimal da FIGURA 10 está em equilíbrio de forças internas na direção vertical V e de momentos fletores internos M . A equação de equilíbrio

vertical é descrita pela Equação (1), sendo $m(z)$ dado pelo produto entre o peso específico ρ e a área $A(z)$:

$$\frac{\partial V}{\partial z} \partial z - m(z) \frac{\partial^2 y(z, t)}{\partial t^2} \partial z + p \partial z = 0 \quad (1)$$

Igualando a soma dos momentos (M) em relação à face esquerda a zero, chega-se à Equação (2):

$$\left(V + \frac{\partial V}{\partial z} \partial z \right) \partial z + p \partial z \frac{\partial z}{2} - m(z) \frac{\partial^2 y(z, t)}{\partial t^2} \partial z \frac{\partial z}{2} + M + \frac{\partial M}{\partial z} \partial z - M = 0 \quad (2)$$

Desprezando-se os termos de ordem superior, a Equação (2) assume a forma:

$$V + \frac{\partial M}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

Considerando que a rotação transversal é escrita como θ , desprezando a deformação pelo esforço cortante (Teoria de Euler-Bernouli), obtém-se a Equação (4):

$$\theta = \frac{\partial y(z, t)}{\partial z} \quad (4)$$

onde: $y(z, t)$ é o deslocamento na direção vertical em relação às coordenadas espacial (z) e temporal (t).

Através da teoria elementar de vigas, tem-se:

$$M = EI \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\partial^2 y(z, t)}{\partial z^2} \quad (5)$$

Substituindo (5) em (3), chega-se a Equação (6):

$$V = - \frac{\partial}{\partial z} \left(EI \frac{\partial^2 y(z, t)}{\partial z^2} \right) \quad (6)$$

Derivando a Equação (6), substituindo em (1) e considerando a carga p como uma carga distribuída $q(z,t)$, a Equação (7) é obtida, e é conhecida como a equação de movimento da viga:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(EI \frac{\partial^2 y(z,t)}{\partial z^2} \right) + m(z) \frac{\partial^2 y(z,t)}{\partial t^2} = q(z,t) \quad (7)$$

Como a viga em questão está sob vibração livre, a carga p é igual a zero, como mostra as Equações (8) e (9), sendo $m(z)$ igual ao produto entre o peso específico (ρ) e a área da seção transversal $A(z)$:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(EI \frac{\partial^2 y(z,t)}{\partial z^2} \right) + m(z) \frac{\partial^2 y(z,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial^4 y(z,t)}{\partial z^4} + \frac{\rho A}{EI} \frac{\partial^2 y(z,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (9)$$

No caso de uma viga com coeficiente de amortecimento linear (Coloumb) c , a Equação (9) se transforma em:

$$\frac{\partial^4 y}{\partial z^4} + \frac{\rho A}{EI} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + c \frac{\partial y(z,t)}{\partial t} = 0 \quad (10)$$

O amortecimento altera a frequência natural de vibração na proporção apresentada pela Equação (11).

$$\omega_{amortecido} = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - \xi^2}} \quad (11)$$

No caso de estruturas civis, o amortecimento máximo (ξ_{max}) é menor ou igual que 5%. Portanto, a frequência amortecida é, no máximo, 0,13% maior que a frequência natural de vibração da estrutura sem amortecimento. Por essa razão, o amortecimento c da Equação (10) é desconsiderado ao longo deste trabalho.

Assumindo que o movimento transversal da viga tem forma senoidal, onde u é o deslocamento vertical da viga ao longo do eixo z , e ω a frequência do movimento desse deslocamento, têm-se:

$$y = u(z)\text{sen}(\omega t) \quad (12)$$

Substituindo (12) em (9):

$$u^{iv}\text{sen}(\omega t) - \frac{\rho A}{EI} \omega^2 \cdot \text{sen}(\omega t)u = 0 \quad (13)$$

Dividindo todos os termos por $\text{sen}(\omega t)$, obtém-se:

$$u^{iv} - \frac{\rho A}{EI} \omega^2 u = 0 \quad (14)$$

Para fins de cálculo, a seguinte relação será utilizada:

$$\frac{\rho A}{EI} \omega^2 = a^4 \quad (15)$$

Substituindo (15) em (14), e solucionando a Equação Diferencial, chega-se à Equação (16) abaixo:

$$r^4 - a^4 = 0 \quad (16)$$

Portanto:

$$r = \pm a \pm ia \quad (17)$$

Desta forma, u e suas derivadas são descritos nas Equações (18), (19), (20) e (21):

$$u = A\text{sen}(az) + B\cos(az) + C\text{senh}(az) + D\cosh(az) \quad (18)$$

$$u' = aA \cos(az) - aB \sin(az) + aC \cosh(az) + aD \sinh(az) \quad (19)$$

$$u'' = -a^2 A \sin(az) - a^2 B \cos(az) + a^2 C \sinh(az) + a^2 D \cosh(az) \quad (20)$$

$$u''' = -a^3 A \cos(az) + a^3 B \sin(az) + a^3 C \cosh(az) + a^3 D \sinh(az) \quad (21)$$

Como já foi estabelecido anteriormente, u é o deslocamento vertical da viga, porém suas derivadas têm significados diferentes. A primeira derivada (u') é a rotação da viga em relação ao seu eixo. A segunda (u''), multiplicada por $EI(z)$, o valor do momento em cada seção da viga. A terceira (u'''), multiplicada por $EI(z)$ representa o valor do esforço cortante ao longo da viga.

Para obter a solução da equação de movimento da viga, deve-se aplicar as condições de contorno adequadas para cada tipo de apoio. Supondo que a viga possui seção transversal constante, ou seja, $A(z) = A$ e $I(z) = I$, no caso de uma viga simplesmente apoiada, sem carregamento, as seguintes condições descritas pelas Equações (22), (23), (24) e (25) são aplicadas no sistema, sendo L o comprimento da viga:

$$u(z = 0) = 0 \quad (22)$$

$$u(z = L) = 0 \quad (23)$$

$$u''(z = 0) = 0 \quad (24)$$

$$u''(z = L) = 0 \quad (25)$$

As duas primeiras relações afirmam que o movimento vertical da viga em ambas as extremidades é igual a zero, enquanto as duas últimas afirmam que o momento obtido nos apoios também é nulo. Dessa maneira, o sistema das equações (26), (27), (28) e (29) é obtido:

$$B + D = 0 \quad (26)$$

$$A \sin(aL) + B \cos(aL) + C \sinh(aL) + D \cosh(aL) = 0 \quad (27)$$

$$-B + D = 0 \quad (28)$$

$$-A \sin(aL) - B \cos(aL) + C \sinh(aL) + D \cosh(aL) = 0 \quad (29)$$

Ou, de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ \sin(aL) & \cos(aL) & \sinh(aL) & \cosh(aL) \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ -\sin(aL) & -\cos(aL) & \sinh(aL) & \cosh(aL) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ao calcular o determinante da primeira matriz e igualá-lo a zero, chega-se à seguinte equação:

$$\sin(aL)\sinh(aL) = 0 \quad (30)$$

Como o seno hiperbólico só assumiria valores nulos se a ou L fossem iguais a zero (solução trivial), é possível afirmar que a expressão é igual a zero apenas quando o seno fosse nulo, ou seja:

$$aL = n\pi \quad (31)$$

Sendo n um número natural, estabelece-se a seguinte relação, apresentada na Equação (32):

$$a = \frac{n\pi}{L} \quad (32)$$

Substituindo (32) em (15), tem-se:

$$\frac{\rho A}{EI} \omega^2 = \frac{n^4 \pi^4}{L^4} \quad (33)$$

Isolando a frequência natural ω , chega-se à equação da n -ésima frequência natural transversal de vibração em torno do eixo horizontal de uma viga bi apoiada, descrita pela Equação (34).

$$\omega = \frac{n^2 \pi^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (34)$$

No caso de viga engastada em uma extremidade e livre na outra, as condições de contorno a serem aplicadas são as Equações (35), (36), (37) e (38):

$$u(z = 0) = 0 \quad (35)$$

$$u'(z = 0) = 0 \quad (36)$$

$$u''(z = L) = 0 \quad (37)$$

$$u'''(z = L) = 0 \quad (38)$$

A primeira e a segunda equações significam que o deslocamento vertical e a rotação no engaste são iguais a zero, enquanto as duas últimas representam que o momento e o cortante na extremidade livre da viga também são iguais a zero.

Aplicando as condições de contorno apresentada pela Equação (35) nas Equações de (18) a (21), e resolvendo o determinante da equação algébrica (39) no software de programação Maple 17 (WATERLOO MAPLE, 2017), foram encontradas as equações (40), (41), (42) e (43) que representam as quatro primeiras frequências naturais de vibração transversal de uma viga engastada e livre.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin(aL) & -\cos(aL) & \sinh(aL) & \cosh(aL) \\ -\cos(aL) & \sin(aL) & \cosh(aL) & \sinh(aL) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (39)$$

$$\omega_1 = \frac{(1,875)^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (40)$$

$$\omega_2 = \frac{(4,694)^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (41)$$

$$\omega_3 = \frac{(7,855)^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (42)$$

$$\omega_4 = \frac{(10,996)^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (43)$$

A frequência natural de vibração de uma viga engastada e livre, de seção transversal variável ao longo de seu eixo, obedece à Equação (44), onde A_0 e I_0 representam respectivamente a área e o momento de inércia da seção de maiores dimensões. O parâmetro λ , por sua vez, é fornecido a partir da tabela apresentada no ANEXO, baseada na teoria de vigas de Euler-Bernoulli.

$$\omega = \frac{\lambda}{L^2} \sqrt{\frac{\rho A_0}{EI_0}} \quad (44)$$

O valor de χ é dado a partir da relação estabelecida pela Equação (45), onde h_0 e h_f são, respectivamente, a maior e a menor alturas da mísula.

$$\chi = \frac{h_0}{h_f} \quad (45)$$

O último caso de vibração transversal testado foi o de uma viga sem apoio, ou em condição livre-livre, cujas condições de contorno são expostas nas Equações (46), (47), (48) e (49), que representam, respectivamente, momentos fletores e esforços cortantes iguais a zero em ambas as extremidades da viga.

$$u''(z = 0) = 0 \quad (46)$$

$$u''(z = L) = 0 \quad (47)$$

$$u'''(z = 0) = 0 \quad (48)$$

$$u'''(z = L) = 0 \quad (49)$$

Aplicando as condições de contorno apresentadas pelas Equações acima às Equações (18) a (21), estabelece-se a relação apresentada na Equação (50).

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ -\sin(aL) & -\cos(aL) & \sinh(aL) & \cosh(aL) \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -\cos(aL) & \sin(aL) & \cosh(aL) & \sinh(aL) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (50)$$

De forma semelhante ao que foi feito com a viga engastada e livre, o determinante da Equação (50) foi resolvido ao ser igualado a zero no Maple 17, e com suas raízes foram encontradas as equações utilizadas para obtenção das três primeiras frequências naturais de vibração transversal para a viga livre-livre, apresentadas pelas equações (51), (52) e (53). Vale ressaltar que o primeiro modo natural de vibração de uma viga sem apoios é semelhante ao segundo modo de uma viga engastada e livre. O mesmo vale para seu segundo modo em relação ao terceiro da condição engastada, e assim por diante. Por essa razão, os valores de suas frequências são muito próximos, como pode ser visto ao comparar, respectivamente, as equações (51), (52) e (53) com as equações (40), (41) e (42).

$$\omega_1 = \frac{(4,73)^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (51)$$

$$\omega_2 = \frac{(7,853)^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (52)$$

$$\omega_3 = \frac{(10,996)^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (53)$$

No caso de uma viga apoiada somente sobre uma base elástica, com rigidez linear elástica igual a k , a equação diferencial da vibração transversal da viga nestas condições é dada pela Equação (54). Através da técnica de separação de variáveis, chega-se a Equação (55), onde λ é o parâmetro relacionado à condição de apoio da viga em estudo.

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial z^4} + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + ky = 0 \quad (54)$$

$$\omega = \frac{\lambda^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \sqrt{1 + \frac{kL^4}{EI\lambda^4}} \quad (55)$$

Por se tratar de uma viga livre-livre, ou seja, sem apoios, seu valor de λ é apresentado pela TABELA 1:

TABELA 1 - PARÂMETROS λ

MODO	λ
1º	4,730
2º	7,853
3º	10,996

FONTE: O autor (2017).

3.2.2 Vibração transversal no eixo de menor inércia para viga simplesmente apoiada

Como fora citado anteriormente, a equação de movimento transversal no eixo de menor inércia da viga simplesmente apoiada possui frequências diferentes das obtidas pela Equação (34), devido às diferentes características das condições de contorno para uma viga apoiada dessa maneira. Diferentemente do movimento vertical, a vibração horizontal da viga apresenta as seguintes condições de contorno, apresentadas pelas equações (56), (57), (58) e (59):

$$H(z = 0) = 0 \quad (56)$$

$$H''(z = 0) = 0 \quad (57)$$

$$H''(z = L) = 0 \quad (58)$$

$$H'''(z = L) = 0 \quad (59)$$

Estas relações significam que o deslocamento horizontal (H) e o valor do momento (H'') no apoio de segundo gênero ($z = 0$) são nulos. No outro extremo ($z = L$), onde há um apoio de primeiro gênero, os valores de momento e esforço cortante também são iguais a zero. Com esses valores, é possível formar um sistema de equações descrito pela Equação (60):

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ -\operatorname{sen}(aL) & -\cos(aL) & \operatorname{senh}(aL) & \cosh(aL) \\ -\cos(aL) & \operatorname{sen}(aL) & \cosh(aL) & \operatorname{senh}(aL) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (60)$$

Igualando o determinante a zero, e encontrando as raízes do sistema, foram determinadas as frequências naturais de vibração transversal em torno do eixo vertical de uma viga biapoiada, conforme mostrado no conjunto de equações de número (61), (62), (63) e (64):

$$\omega_1 = \frac{(3,927)^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (61)$$

$$\omega_2 = \frac{(7,069)^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (62)$$

$$\omega_3 = \frac{(10,210)^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (63)$$

$$\omega_4 = \frac{(13,352)^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (64)$$

3.2.3 Vibração longitudinal

Com o intuito de obter o máximo de conhecimento possível relacionado à dinâmica, estudou-se também a vibração longitudinal, para a qual supôs-se uma barra prismática de seção transversal constante de área A , massa específica ρ , e módulo de elasticidade E , sob a ação de uma força axial P . No caso de um elemento infinitesimal de comprimento dz , sua massa dm é calculada a partir da seguinte equação:

$$dm = \rho A dz \quad (65)$$

Chamando o deslocamento ao longo do eixo da viga de w e analisando o equilíbrio do elemento dz , tem-se:

$$\rho A \ddot{w} = \frac{\partial P}{\partial z} \quad (66)$$

O alongamento do elemento dz é descrito pela Equação (67):

$$\varepsilon = \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{P}{EA} \quad (67)$$

Eliminando P em (66) e (67), por se tratar de uma vibração livre, chega-se a equação de movimento longitudinal da viga:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \frac{\rho}{E} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (68)$$

Portanto, é possível afirmar que o deslocamento axial w é uma função tanto da coordenada espacial z , quanto do tempo t . Com a ajuda da expressão (69), sendo S uma função que depende apenas da variável independente z , chega-se a equação (70):

$$w = S(z) \cdot \text{sen}(\omega t) \quad (69)$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial z^2} - \frac{\rho \omega^2}{E} S = 0 \quad (70)$$

Solucionando a equação diferencial, tem-se:

$$S = C_1 \text{sen}\left(\sqrt{\frac{\rho \omega^2}{E}} z\right) + C_2 \cos\left(\sqrt{\frac{\rho \omega^2}{E}} z\right) \quad (71)$$

Sendo C_1 e C_2 constantes que devem ser determinadas a partir das condições de contorno apropriadas para cada apoio ao qual a viga está submetida. Derivando a Equação (71), chega-se à Equação (72), que, se multiplicado por EA , representa a força axial aplicada em determinado ponto da viga, e também será utilizada para obter as frequências naturais de vibração longitudinal da viga:

$$S' = C_1 \sqrt{\frac{\rho \omega^2}{E}} \cos\left(\sqrt{\frac{\rho \omega^2}{E}} z\right) - C_2 \sqrt{\frac{\rho \omega^2}{E}} \text{sen}\left(\sqrt{\frac{\rho \omega^2}{E}} z\right) \quad (72)$$

Para o caso da viga biapoiada, com apoio de primeiro e segundo gênero nas extremidades $z = L$ e $z = 0$, respectivamente, e por se tratar de uma vibração livre, têm-se as seguintes condições de contorno, exposta pelas Equações (73) e (74):

$$S(z = 0) = 0 \quad (73)$$

$$S'(z = L) = 0 \quad (74)$$

Com as relações apresentadas pela Equação (73), pode-se afirmar que a constante C_2 é igual a zero, e, conseqüentemente, C_1 deve ser diferente de zero, para que não se obtenha a solução trivial. Portanto, o cosseno do primeiro termo da Equação (72) deverá ter valor nulo, o que ocorre apenas quando a situação descrita pela Equação (75), já com as condições de contorno apresentadas na Equação (73) devidamente aplicadas, é verdadeira. Isolando ω na igualdade, é obtida a equação da frequência natural de vibração longitudinal de uma viga simplesmente apoiada, descrita pela Equação (76):

$$\sqrt{\frac{\rho \omega^2}{E}} L = \frac{(2n - 1)\pi}{2} \quad (75)$$

$$\omega_n = \frac{(2n - 1)\pi}{2L} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (76)$$

Para o caso da vibração longitudinal de uma viga engastada e livre, as mesmas condições de contorno apresentadas pela Equações de número (73) são aplicadas às equações (71) e (72), portanto suas frequências naturais são iguais às de uma viga simplesmente apoiada. Para uma viga sem apoios, a única afirmação que pode ser feita é que não há nenhuma força aplicada em nenhuma das extremidades da estrutura, ou seja, tanto para z igual a zero, quanto igual a L , a Equação (72) tem valor nulo. Nesse caso, C_1 é igual a zero, e o seno do segundo termo da Equação (72) deve ser igualado a esse mesmo valor. Como C_2 não pode ter valor nulo para se evitar a solução trivial, a relação da Equação (77) deve ser atendida. Isolando a frequência, chega-se à Equação (78), que fornece a frequência natural de vibração longitudinal de uma viga sem apoios.

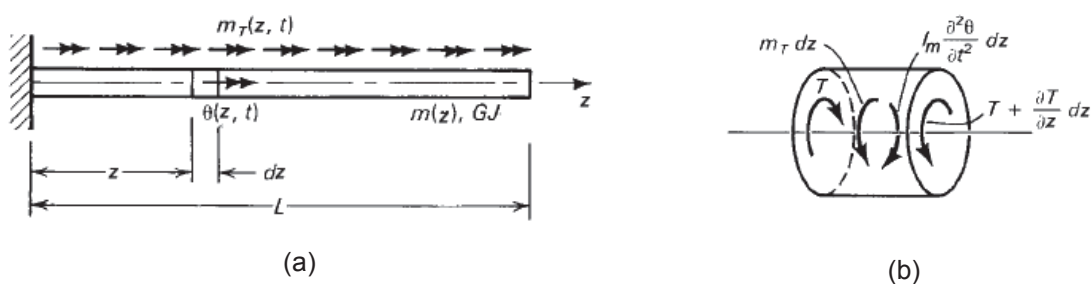
$$\sqrt{\frac{\rho\omega^2}{E}}L = n\pi \quad (77)$$

$$\omega_n = \frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (78)$$

3.2.4 Vibração torcional

De forma semelhante à vibração longitudinal, era de interesse do autor compreender o comportamento da vibração torcional de uma estrutura. Para seu estudo, encontrou-se a FIGURA 11-a, que apresenta uma barra, sujeita a um esforço torcional m_T , sendo z a coordenada espacial do eixo da barra, L o seu comprimento, $m(z)$ a sua massa linear definida por ρA , θ é o ângulo de rotação em determinado ponto da barra e T é o torque nesse mesmo ponto. G é o módulo de elasticidade transversal do material, J o momento de inércia polar e I_m o momento de inércia de massa linear da seção transversal da estrutura, sendo esse último definido por $I_m = \rho J$.

FIGURA 11 – (a) BARRA ENGASTADA SUJEITA A ESFORÇO TORCIONAL; (b) ELEMENTO INFINITESIMAL DZ DA BARRA



Fonte: Humar (2001).

A equação de equilíbrio do elemento infinitesimal da viga, apresentado na FIGURA 11b, é definida pela Equação (79).

$$\frac{\partial T}{\partial z} - \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \rho J + m_T = 0 \quad (79)$$

O torque T é definido pela equação (80). No caso de uma vibração livre, m_T assume um valor nulo, chegando assim à Equação (81).

$$T = GJ \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (80)$$

$$GJ \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \rho J = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \frac{\rho}{G} \quad (81)$$

De maneira análoga à Equação (68), a Equação (81) é a equação de movimento torcional de uma viga. Define-se que θ é função tanto da coordenada espacial z , quanto da coordenada temporal t , e é dado pela Equação (82).

$$\theta = \Theta(z) \cdot \text{sen}(\omega t) \quad (82)$$

Onde Θ é a deformação angular do eixo da viga, dependente apenas de z . Substituindo (82) em (81):

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial z^2} - \frac{\rho \omega^2}{G} \Theta = 0 \quad (83)$$

Resolvendo a equação diferencial, chega-se à Equação (84), e sua derivada, apresentada na Equação (85), quando multiplicada por GJ , é a força angular exercida sobre a viga.

$$\Theta = A \text{sen} \left(\sqrt{\frac{\rho \omega^2}{G}} z \right) + B \cos \left(\sqrt{\frac{\rho \omega^2}{G}} z \right) \quad (84)$$

$$\Theta' = A \sqrt{\frac{\rho \omega^2}{G}} \cos \left(\sqrt{\frac{\rho \omega^2}{G}} z \right) - B \sqrt{\frac{\rho \omega^2}{G}} \text{sen} \left(\sqrt{\frac{\rho \omega^2}{G}} z \right) \quad (85)$$

Para as vigas biapoiada e sem apoio, pode-se afirmar que a força angular aplicada sobre a mesma é igual a zero em ambas as extremidades, ou seja, θ' assume valor nulo em z igual a zero e igual a L . A partir dessa consideração, a constante A é nula, e para evitar a solução trivial, o seno do segundo termo da Equação (85) deve ser igual a zero, o que leva à relação apresentada na Equação (86). Isolando ω , chega-se à Equação (87), com a qual é possível calcular a frequência natural de vibração torcional de uma viga nas condições estabelecidas.

$$\sqrt{\frac{\rho\omega^2}{G}}L = n\pi \quad (86)$$

$$\omega_n = \frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (87)$$

Para uma viga engastada e livre, pode-se afirmar que a força angular aplicada na extremidade livre da estrutura é nula, bem como a rotação do eixo da viga no engaste. Com essas considerações, pode-se afirmar que a constante B é igual a zero, e que a relação da Equação (88) deve ser atendida para que não seja obtida a solução trivial. Ao isolar ω , chega-se a Equação (89), que fornece a frequência natural de vibração torcional de uma viga engastada e livre.

$$\sqrt{\frac{\rho\omega^2}{G}}L = \frac{(2n-1)\pi}{2} \quad (88)$$

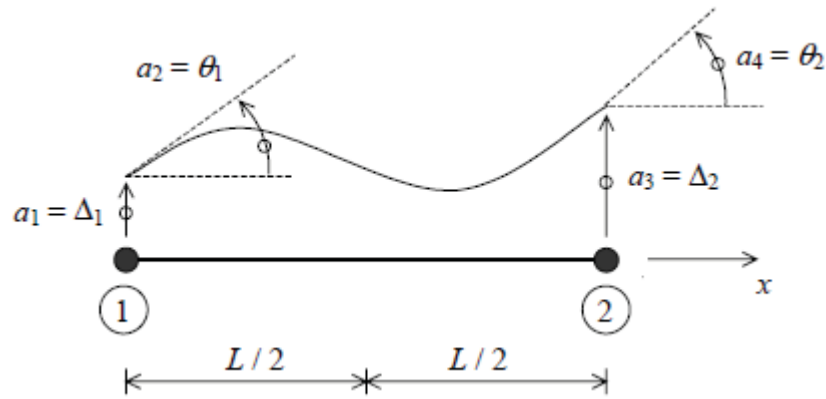
$$\omega_n = \frac{(2n-1)\pi}{2L} \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (89)$$

3.3 MODELO EM ELEMENTOS FINITOS

Além das considerações apresentadas na subseção 2.2, é necessário apresentar o embasamento matemático do MEF. A FIGURA 12 representa um elemento finito de viga com dois nós e comprimento L . Os graus de liberdade deste elemento são apresentados na Equação (90), onde Δ_1 e Δ_2 representam os

deslocamentos verticais e θ_1 e θ_2 , as rotações dos nós 1 e 2, respectivamente. a^e é o vetor dos graus de liberdade do elemento, definidos por a_1 , a_2 , a_3 e a_4 .

FIGURA 12 - ELEMENTO DE VIGA COM DOIS NÓS



FONTE: Azevedo (2003).

$$a^e = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \theta_1 \\ \Delta_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \quad (90)$$

O campo de deslocamentos, denotado por u , é descrito por:

$$u(x) = N_1(x)a_1 + N_2(x)a_2 + N_3(x)a_3 + N_4(x)a_4 \quad (91)$$

- Em notação matricial:

$$u = [N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4] \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} \quad (92)$$

ou seja:

$$\{u\} = [N]\{a^e\} \quad (93)$$

sendo:

$$[N] = [N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4] \quad (94)$$

As funções de forma N_1 , N_2 , N_3 e N_4 são definidas pelas Equações (95), (96), (97) e (98):

$$N_1(x) = 1 - 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{L}\right)^3 \quad (95)$$

$$N_2(x) = x\left(1 - \frac{x}{L}\right)^2 \quad (96)$$

$$N_3(x) = 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{L}\right)^3 \quad (97)$$

$$N_4(x) = \frac{x^2}{L}\left(\frac{x}{L} - 1\right) \quad (98)$$

A partir da Equação (99), sendo o vetor B definido pela Equação (100) e as funções de forma N , pela Equação (94), tem-se a matriz de rigidez elementar da viga, K^e , apresentada na Equação (101)

$$[K] = EI \int_{-L/2}^{L/2} B^T B dx \quad (99)$$

$$[B]^T = \left[-\frac{d^2 N_1}{dx^2} \quad -\frac{d^2 N_2}{dx^2} \quad -\frac{d^2 N_3}{dx^2} \quad -\frac{d^2 N_4}{dx^2} \right] \quad (100)$$

$$[K^e] = EI \begin{bmatrix} \frac{12}{L^3} & \frac{6}{L^2} & -\frac{12}{L^3} & \frac{6}{L^2} \\ \frac{6}{L^2} & \frac{4}{L} & -\frac{6}{L^2} & \frac{2}{L} \\ -\frac{12}{L^3} & -\frac{6}{L^2} & \frac{12}{L^3} & -\frac{6}{L^2} \\ \frac{6}{L^2} & \frac{2}{L} & -\frac{6}{L^2} & \frac{4}{L} \end{bmatrix} \quad (101)$$

O vetor de forças elementar, f^e , é definido pela Equação (102), sendo p o valor da carga uniformemente distribuída sobre o elemento de viga em estudo.

$$\{f^e\} = p \int_{-L/2}^{L/2} [N^T] \{1\} dx \quad (102)$$

Substituindo os valores da Equação (94) em (102), chega-se ao vetor de forças elementar da viga, apresentado pela Equação (103)

$$\{f^e\} = p \begin{bmatrix} L/2 \\ L^2/12 \\ L/2 \\ -L^2/12 \end{bmatrix} \quad (103)$$

O sistema definido pela Equação (104) pode ser então resolvido, já que foram estabelecidas as relações entre força externa, rigidez e deslocamentos da estrutura, obtendo os deslocamentos, rotações e reações de apoio da viga. Os esforços internos de momento fletor, $\{M\}$ e cortante $\{Q\}$ são obtidos através das Equações (105) e (106).

$$[K]\{u\} = \{f\} \quad (104)$$

$$M = EIB^T a^e \quad (105)$$

$$Q = \frac{2EI}{L} B^T a^e \quad (106)$$

O problema de autovalor generalizado para a obtenção da análise modal de uma estrutura discretizada é dada pela Equação (107):

$$\{[K] - \omega_0^2[M]\}\varphi_i = 0 \quad (107)$$

Sendo $[K]$ a matriz de rigidez e $[M]$, a matriz de massa de uma estrutura. Os parâmetros ω_0 e φ_i representam, respectivamente, a frequência e o modo natural de vibração de uma estrutura. De acordo com Logan (2011), a matriz de massa é definida pela Equação (108):

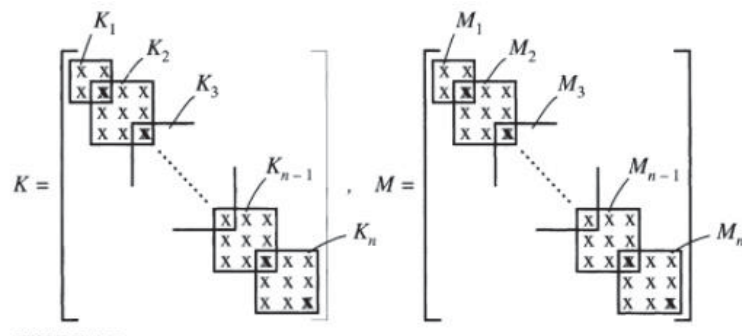
$$[M] = \iiint_V \rho [N]^T [N] dV \quad (108)$$

Onde: $[N]$ é o vetor das funções de forma, apresentados pelas equações (96), (97), (98) e (99) para o caso de uma viga de Euler-Bernoulli, ρ é o peso específico e V , o volume da estrutura. Aplicando as funções de forma à Equação (108), tem-se a matriz de massa elementar $[M]$ da estrutura, mostrada pela Equação (109):

$$[M] = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (109)$$

Para se obter as matrizes de rigidez e de massa globais da estrutura, deve-se seguir o procedimento mostrado pela FIGURA 13, sendo K_n e M_n as matrizes elementares de rigidez e massa do elemento finito n .

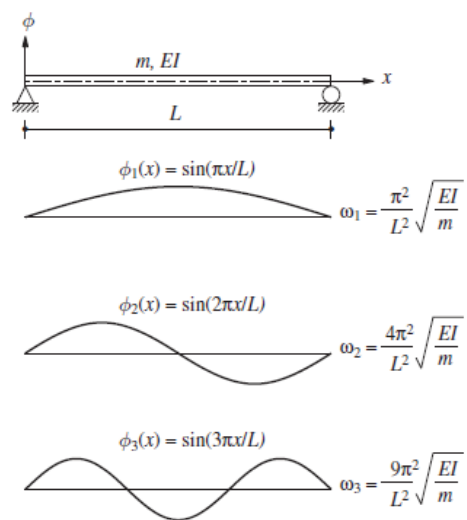
FIGURA 13 - MATRIZES GLOBAIS DE MASSA E RIGIDEZ



FONTE: Meirovitch (2001).

O modo de vibração natural de uma estrutura é o formato que ela assume quando está vibrando com uma frequência associada. Por exemplo, uma viga uniforme simplesmente apoiada apresentará os seguintes modos e frequências naturais de vibração apresentados na FIGURA 14. Como pode-se ver, o primeiro modo de vibração transversal da viga apresenta uma onda, enquanto o segundo e o terceiro apresentam duas e três ondas ao longo do eixo da viga, respectivamente.

FIGURA 14 - MODOS E FREQUÊNCIAS NATURAIS



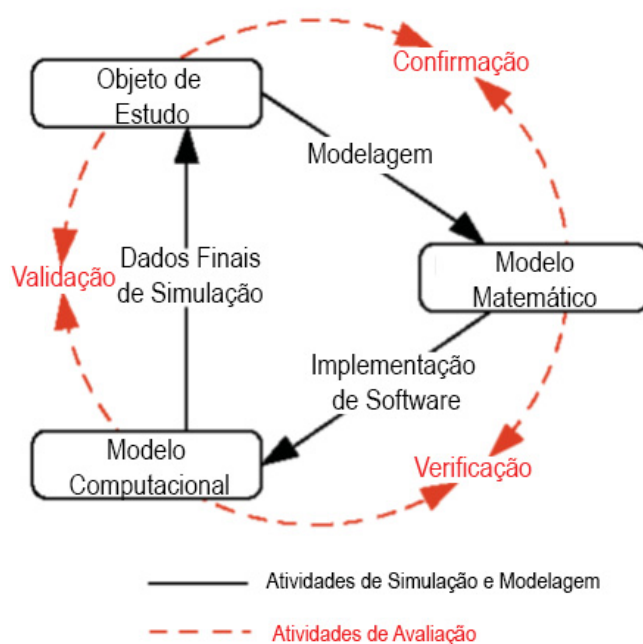
FONTE: Chopra (2013).

4 VERIFICAÇÃO E VALIDAÇÃO

A Verificação e Validação (V&V) de um modelo é uma metodologia para o desenvolvimento da modelagem computacional, e pode ser utilizada para fazer previsões de engenharia com precisão. Procedimentos de V&V são usados por governos e indústrias para reduzir o tempo, o custo e o risco associados a testes de escala integral de produtos, materiais e sistemas de armas. Quantificar a precisão e a confiança em cálculos de modelos fornece ao tomador de decisões as informações necessárias para se tomar decisões de consequências graves (THACKER et al., 2004).

A FIGURA 15 mostra um esquema de V&V de modelos. O termo Objeto de Estudo representa o sistema físico a partir do qual as informações do modelo são obtidas. Em outras palavras, é o problema em particular que está sendo estudado. A verificação e validação de um sistema completo vai necessariamente requerer que os processos mostrados no *Sargent Circle* sejam repetidos diversas vezes (THACKER et al., 2004).

FIGURA 15 - SARGENT CIRCLE



FONTE: THACKER, et al. (2004).

Como já citado no capítulo 3, o modelo matemático compreende o modelo conceitual, as equações matemáticas, e os dados de modelagem necessários para descrever o objeto de estudo. Essa etapa consiste basicamente de equações diferenciais, equações constitutivas, geometria, condições iniciais e condições de contorno necessárias para descrever matematicamente os comportamentos da estrutura (THACKER et al., 2004).

Por último, o modelo computacional representa a implementação do modelo matemático, normalmente na forma de discretização numérica, algoritmos de solução, diversos parâmetros associados com aproximações numéricas e critérios de convergência, e compreende o programa computacional, suposições matemáticas e conceituais de modelagem, modelo constitutivo, tamanho da malha, opções de solução e tolerâncias, como foi explanado nas subseções anteriores (THACKER et al., 2004).

Na FIGURA 15 é perceptível, através das linhas cheias e tracejadas, a relação que existe entre cada uma das etapas de modelagem. O processo de selecionar características e aproximações matemáticas necessárias para representar o objeto de estudo no modelo matemático se chama modelagem. Avaliar a representatividade da modelagem se chama confirmação. A etapa de verificação foca na identificação e remoção de erros na implementação de software do modelo matemático. A fase final da V&V de modelos é a etapa de validação, que tem por objetivo quantificar a precisão do modelo através de comparações de dados experimentais com os dados finais de simulação obtidos pelo modelo computacional. A validação é uma atividade contínua, que evolui por conta do progresso dos experimentos desenvolvidos (THACKER et al., 2004).

No caso do presente trabalho, a etapa de confirmação consiste na seleção das características e aproximações matemáticas para representar um poste de concreto armado (objeto de estudo), apresentadas no item 3.1. Contudo, como forma de verificação do modelo computacional, foi utilizado o Ansys Workbench, que já possui seu próprio código baseado no MEF, portanto ao invés de realizar essa etapa para remover erros na implementação do software, a modelagem teve o objetivo de compreender o funcionamento do programa, comparando os resultados analíticos obtidos pelos modelos contínuos do capítulo anterior com estruturas de mesmas propriedades mecânicas e geométricas criadas no Ansys. Por se tratar de uma estrutura de material compósito (concreto armado), seção transversal variável e

condição de apoio não convencional (base elástica), obter a familiaridade do software para a modelagem dessas características é de suma importância.

A primeira etapa de verificação realizada foi a modelagem de uma viga de seção transversal constante e material homogêneo, sendo propriedades mecânicas e geométricas apresentadas na TABELA 2.

Para englobar diferentes comportamentos dinâmicos das vigas, foram desenvolvidos ao todo três modelos diferentes, sendo esses com uma, duas ou três dimensões. Em cada um desses modelos, foram testados três tipos de apoio para a viga: engastada e livre, simplesmente apoiada, e livre-livre, que simula uma condição em que a estrutura está solta no espaço, sem restrições.

Os modelos computacionais foram feitos no *Workbench*, uma extensão do Ansys, que apresenta uma interface de simples compreensão e ferramentas de modelagem menos complexas. Foi utilizada uma malha padrão do Ansys, para subdividir a viga em elementos finitos do tipo BEAM188 de 15 cm, como pode ser visto na FIGURA 16 para as vigas uni, bi e tridimensional.

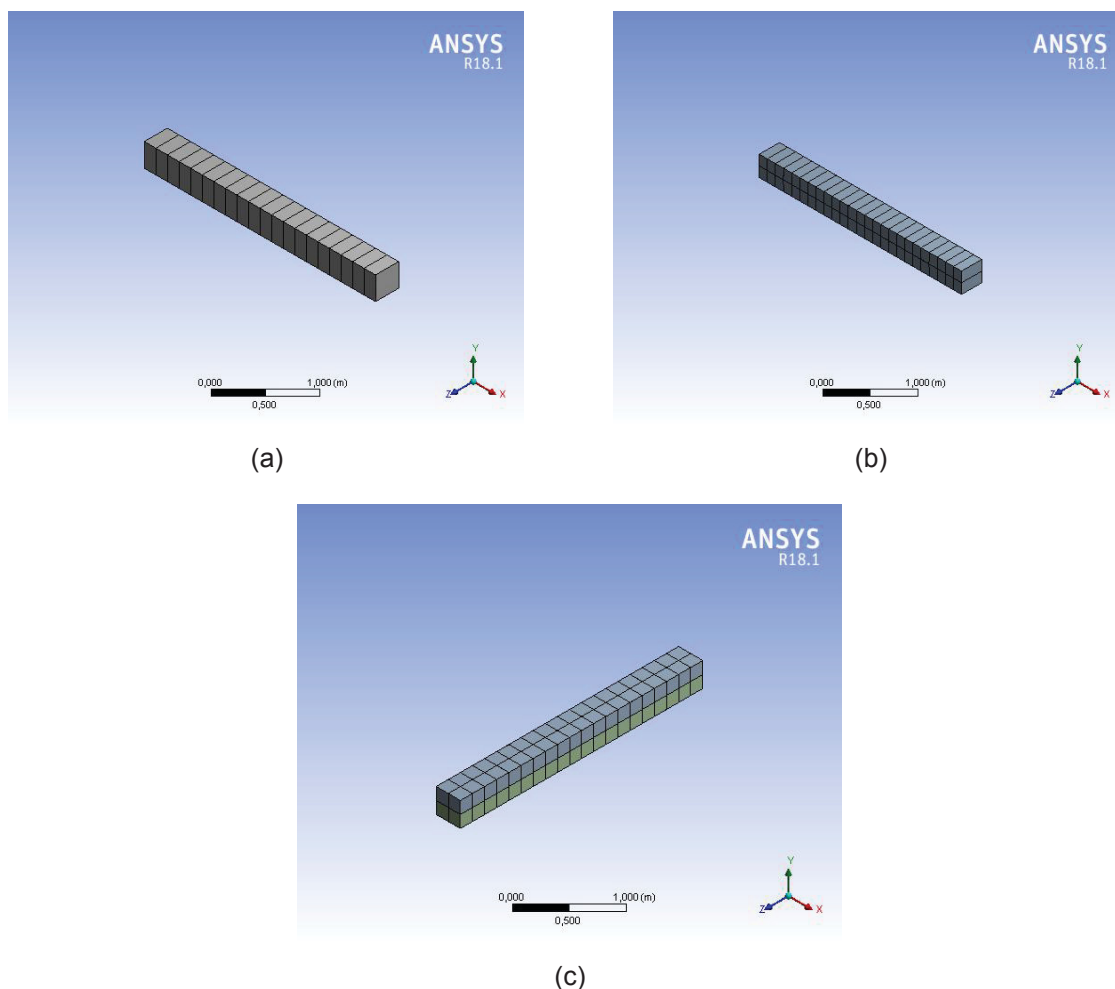
TABELA 2 - PROPRIEDADES MECÂNICAS E GEOMÉTRICAS DA VIGA

PROPRIEDADES			
Módulo de Elasticidade (E) do material	2,00E+11 Pa	Massa específica (ρ) do material	7850 kg/m ³
Largura (b) da seção transversal	0,3 m	Comprimento (L) da viga	3,00 m
Altura (h) da seção transversal	0,3 m	Coefficiente de Poisson (ν) do material	0,30
Momento de Inércia (I_z) da seção transversal	0,000675 m ⁴	Módulo de Elasticidade Transversal (G) do material	7,69E+10 Pa
Área (A) da Seção Transversal	0,09 m ²	Momento de Inércia Polar (J) da seção transversal	0,00135 m ⁴

FONTE: O autor (2018).

A escolha do tamanho dos elementos foi feita depois de testar malhas mais refinadas, dividindo o elemento estrutural em mais partes, porém os resultados desses testes evidenciaram que o ganho de precisão não representou uma grande mudança nas frequências obtidas, enquanto o custo computacional aumentou significativamente.

FIGURA 16 – REPRESENTAÇÃO VOLUMÉTRICA DOS ELEMENTOS DA VIGA (a) 1D; (b) 2D; (c) 3D



FONTE: O autor (2019).

A modelagem das condições de contorno foi feita por meio da ferramenta *Supports* do próprio *Workbench*. Para representar o engaste, foi utilizado um apoio fixo através da ferramenta *Fixed Support*, já que impede a translação e a rotação nos eixos x, y e z. Para a viga simplesmente apoiada, foram modelados dois apoios com a ferramenta *displacement*, cujo funcionamento permite definir um deslocamento induzido na região do apoio. Para o caso do apoio de primeiro gênero, que impede apenas a translação no eixo vertical da viga, foi definido que o deslocamento é impedido no eixo y, porém livre nos demais eixos, enquanto a rotação é permitida em todas as direções. De maneira semelhante, o apoio de segundo gênero, que por sua vez impede a translação em todos os eixos, foi modelado ao definir que o

deslocamento nos eixos x , y e z são impedidos, porém a rotação é livre, diferentemente do apoio fixo do engaste.

Para representar adequadamente o comportamento de sua condição de contorno, os apoios da viga simplesmente apoiada deveriam ser posicionados na linha elástica da estrutura. Por se tratar de uma seção transversal simétrica, a linha elástica se encontra exatamente na metade de sua altura, com exceção da modelagem da viga unidimensional. Como toda a extensão da estrutura 1D representa sua linha elástica, os apoios apenas foram posicionados nas extremidades da viga.

Enquanto isso, a etapa de confirmação foi feita ao inserir os valores estabelecidos na TABELA 2 nas equações do modelo contínuo, apresentadas no item 3.2, obtendo as frequências analíticas. Como forma de comparação, foram encontradas as frequências e os erros relativos a elas, e os modos naturais de vibração transversal, torcional e longitudinal de cada uma das vigas, que são apresentados na TABELA 3 e na FIGURA 17 para a viga simplesmente apoiada, na TABELA 4 e na FIGURA 18 para a viga livre-livre, e na TABELA 5 e na FIGURA 19 para a viga engastada e livre.

Os erros encontrados na modelagem da viga foram considerados como aceitáveis, já que o MEF se trata de um método numérico aproximado. Também é válido destacar que o modelo contínuo se baseia em equações diferenciais, e suas soluções representam o comportamento de uma estrutura unidimensional. Por essa razão, os erros de 0,00% para as frequências relacionadas ao modo longitudinal de vibração do modelo computacional 1D são esperados, enquanto nos modelos com duas e três dimensões podem apresentar mudanças nos valores das propriedades modais, embora não sejam muito significativas.

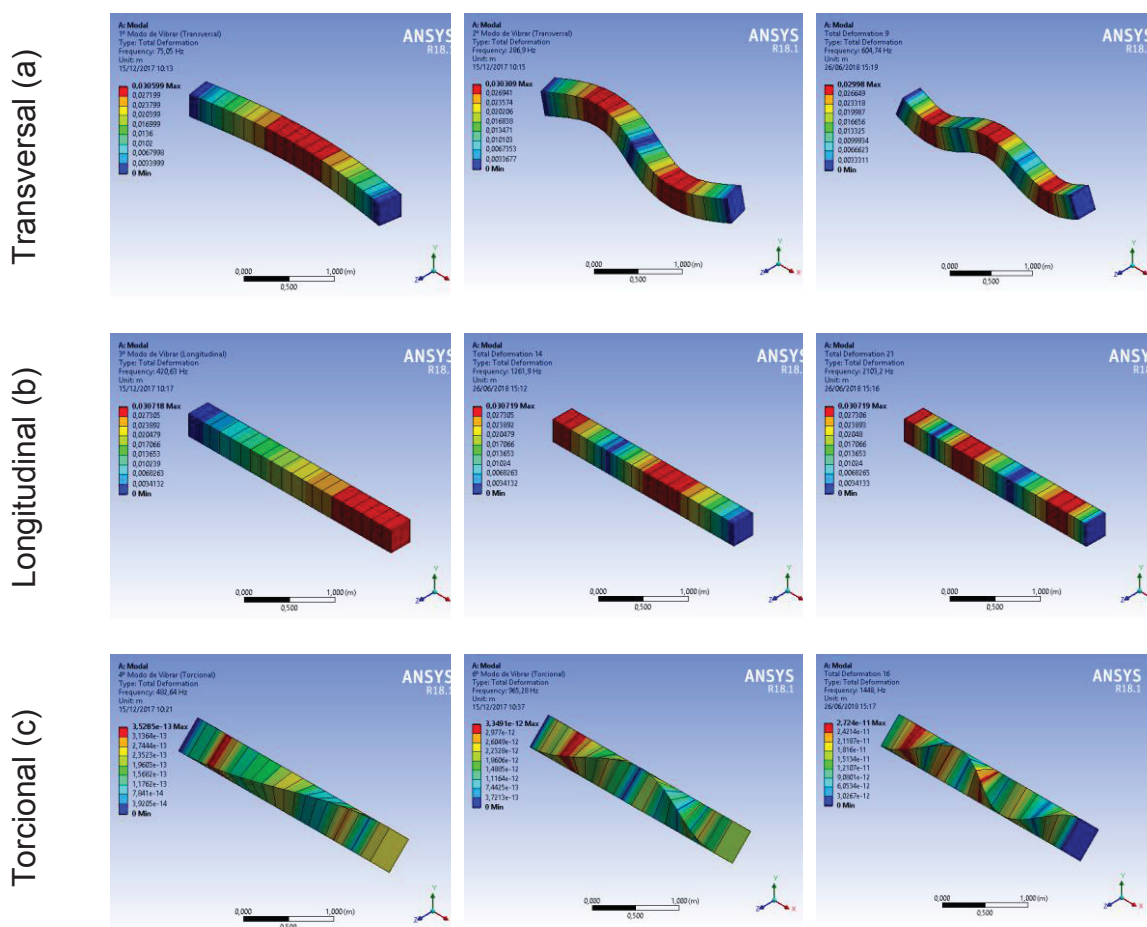
Além disso, ao comparar a FIGURA 18 e FIGURA 19, é perceptível que os modos de vibração transversal da viga engastada e da livre-livre têm um comportamento semelhante, com exceção do primeiro modo do modelo engastado. Esse comportamento era previsto, assim como foi citado no capítulo anterior.

TABELA 3 - FREQUÊNCIAS DE VIBRAÇÃO DA VIGA BIAPOIADA

APOIO	MODO	ANALÍTICA FREQUÊNCIA [HZ]	ANSYS 1D FREQUÊNCIA [HZ] (ERRO)	ANSYS 2D FREQUÊNCIA [HZ] (ERRO)	ANSYS 3D FREQUÊNCIA [HZ] (ERRO)
Transversal	1	76,293	75,05 (1,63%)	75,337 (1,25%)	75,003 (1,69%)
	2	305,174	286,90 (5,99%)	290,46 (4,82%)	286,26 (6,20%)
	3	686,642	604,74 (11,93%)	619,63 (9,76%)	602,00 (12,33%)
Longitudinal	1	420,628	420,63 (0,00%)	385,66 (8,31%)	377,14 (10,34%)
	2	1261,886	1261,9 (0,00%)	1161,5 (7,96%)	1137,6 (9,85%)
	3	2103,143	2103,2 (0,00%)	1948,9 (7,33%)	1911,2 (9,13%)
Torcional	1	521,725	482,64 (7,49%)	497,79 (4,59%)	415,27 (20,40%)
	2	1043,451	965,28 (7,49%)	997,61 (4,39%)	835,13 (19,96%)
	3	1565,177	1448,0 (7,49%)	1501,5 (4,07%)	1259,8 (19,51%)

FONTE: O autor (2018).

FIGURA 17 – TRÊS PRIMEIROS MODOS DE VIBRAR DA VIGA BIAPOIADA: (a) TRANSVERSAL; (b) LONGITUDINAL; (c) TORCIONAL



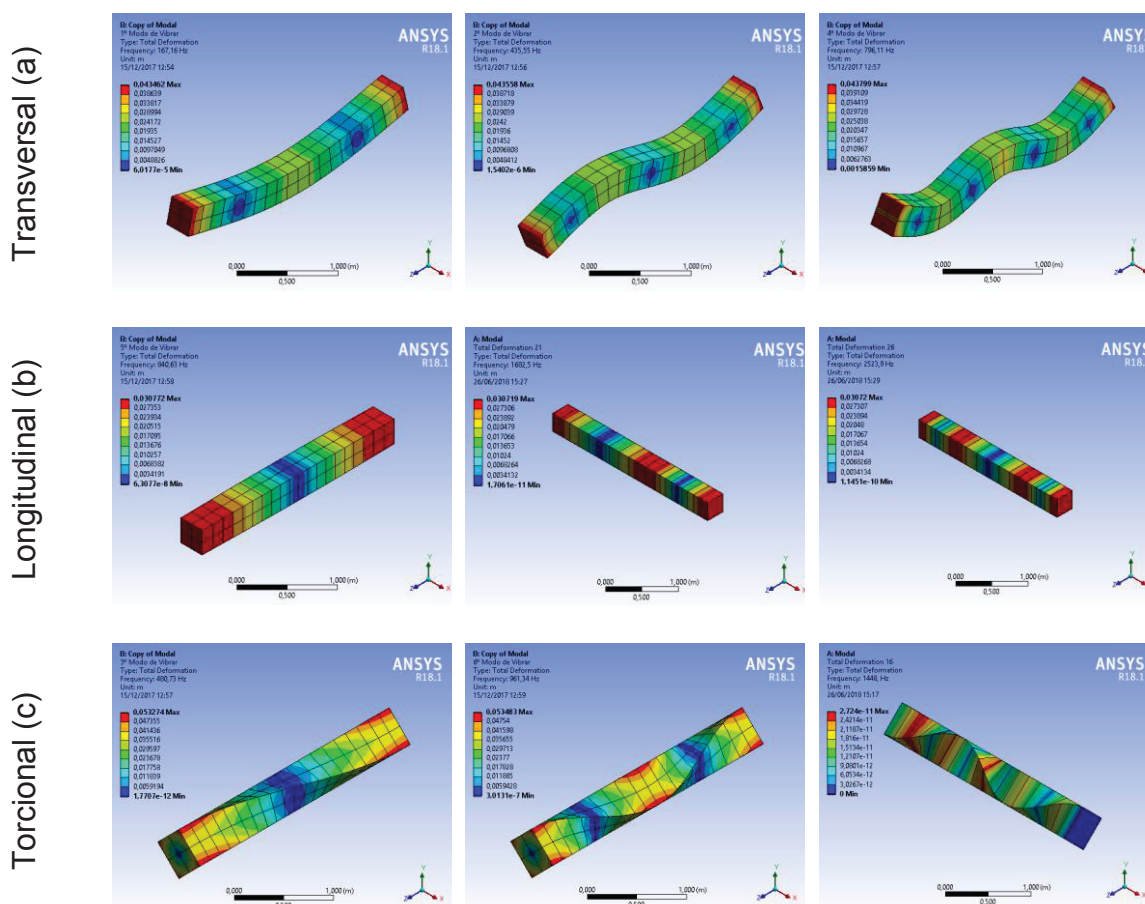
FONTE: O autor (2018).

TABELA 4 – FREQUÊNCIAS DE VIBRAÇÃO DA VIGA LIVRE-LIVRE

APOIO	MODO	ANALÍTICA FREQUÊNCIA [HZ]	ANSYS 1D FREQUÊNCIA [HZ] (ERRO)	ANSYS 2D FREQUÊNCIA [HZ] (ERRO)	ANSYS 3D FREQUÊNCIA [HZ] (ERRO)
Transversal	1	172,946	167,06 (3,40%)	167,46 (3,17%)	167,16 (3,35%)
	2	476,715	434,73 (8,81%)	438,39 (8,04%)	435,60 (8,62%)
	3	934,669	793,37 (15,12%)	806,56 (13,71%)	796,27 (14,81%)
Longitudinal	1	841,257	841,26 (0,00%)	841,54 (-0,03%)	840,63 (0,07%)
	2	1682,514	1682,5 (0,00%)	1684,7 (-0,13%)	1677,4 (0,30%)
	3	2523,772	2523,9 (-0,01%)	2531,0 (-0,29%)	2506,2 (0,70%)
Torcional	1	521,725	482,64 (7,49%)	497,79 (4,59%)	480,73 (7,86%)
	2	1043,451	965,28 (7,49%)	997,61 (4,39%)	961,34 (7,87%)
	3	1565,177	1448,0 (7,49%)	1501,5 (4,07%)	1441,8 (7,88%)

FONTE: O autor (2018).

FIGURA 18 – TRÊS PRIMEIROS MODOS DE VIBRAR DA VIGA LIVRE-LIVRE: (a) TRANSVERSAL; (b) LONGITUDINAL; (c) TORCIONAL



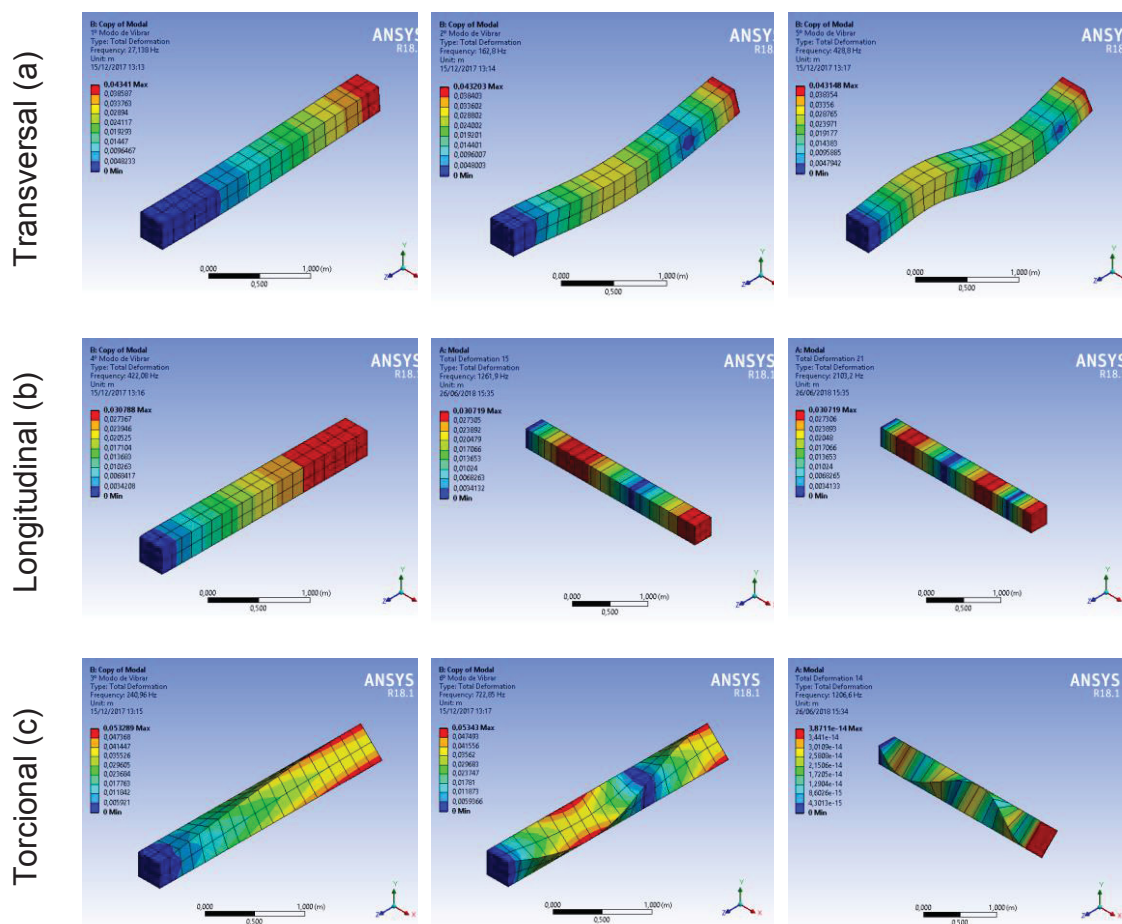
FONTE: O autor (2018).

TABELA 5 - FREQUÊNCIAS DE VIBRAÇÃO DA VIGA ENGASTADA

APOIO	MODO	ANALÍTICA FREQUÊNCIA [HZ]	ANSYS 1D FREQUÊNCIA [HZ] (ERRO)	ANSYS 2D FREQUÊNCIA [HZ] (ERRO)	ANSYS 3D FREQUÊNCIA [HZ] (ERRO)
Transversal	1	27,176	26,967 (0,77%)	27,067 (0,40%)	27,138 (0,14%)
	2	170,323	161,68 (5,07%)	163,32 (4,11%)	162,82 (4,41%)
	3	476,958	425,43 (10,80%)	434,01 (9,00%)	428,88 (10,08%)
Longitudinal	1	420,628	420,63 (0,00%)	421,37 (-0,18%)	422,08 (-0,35%)
	2	1261,886	1261,9 (0,00%)	1265,0 (-0,25%)	1264,4 (-0,20%)
	3	2103,143	2103,2 (0,00%)	2111,2 (-0,38%)	2101,0 (0,10%)
Torcional	1	260,862	241,32 (7,49%)	248,84 (4,61%)	240,96 (7,63%)
	2	782,588	723,96 (7,49%)	747,53 (4,48%)	722,85 (7,63%)
	3	1304,314	1206,6 (7,49%)	1249,3 (4,22%)	1204,6 (7,64%)

FONTE: O autor (2018).

FIGURA 19 – TRÊS PRIMEIROS MODOS DE VIBRAR DA VIGA ENGASTADA E LIVRE: (a) TRANSVERSAL; (b) LONGITUDINAL; (c) TORCIONAL



FONTE: O autor (2018).

Para o caso da base elástica, optou-se por desenvolver um modelo matemático considerando uma viga uniforme de Euler-Bernoulli sobre uma fundação elástica de Winkler. No modelo de verificação proposto, foi definido que a viga teria as seguintes propriedades geométricas e físicas, apresentadas pela TABELA 6. Optou-se por criar uma malha com elementos de 1 cm de lado.

O parâmetro k_0 é o coeficiente de rigidez do solo, e foi multiplicado pela largura (b) da base da viga e pelo comprimento de cada elemento (1 cm), com o objetivo de utilizar um parâmetro de mesma dimensão (N/m) que o utilizado pela solução analítica apresentada no item 3.2.

TABELA 6 - PROPRIEDADES MECÂNICAS E GEOMÉTRICAS

PROPRIEDADES	
E (GPa)	200
b (m)	0,05
h (m)	0,05
I_z (m ⁴)	0,003125
A (m ²)	0,15
ρ (kg/m ³)	7850
L (m)	3
k_0 (N/m ³)	5,00E+09
ν	0,3
h/L	0,167

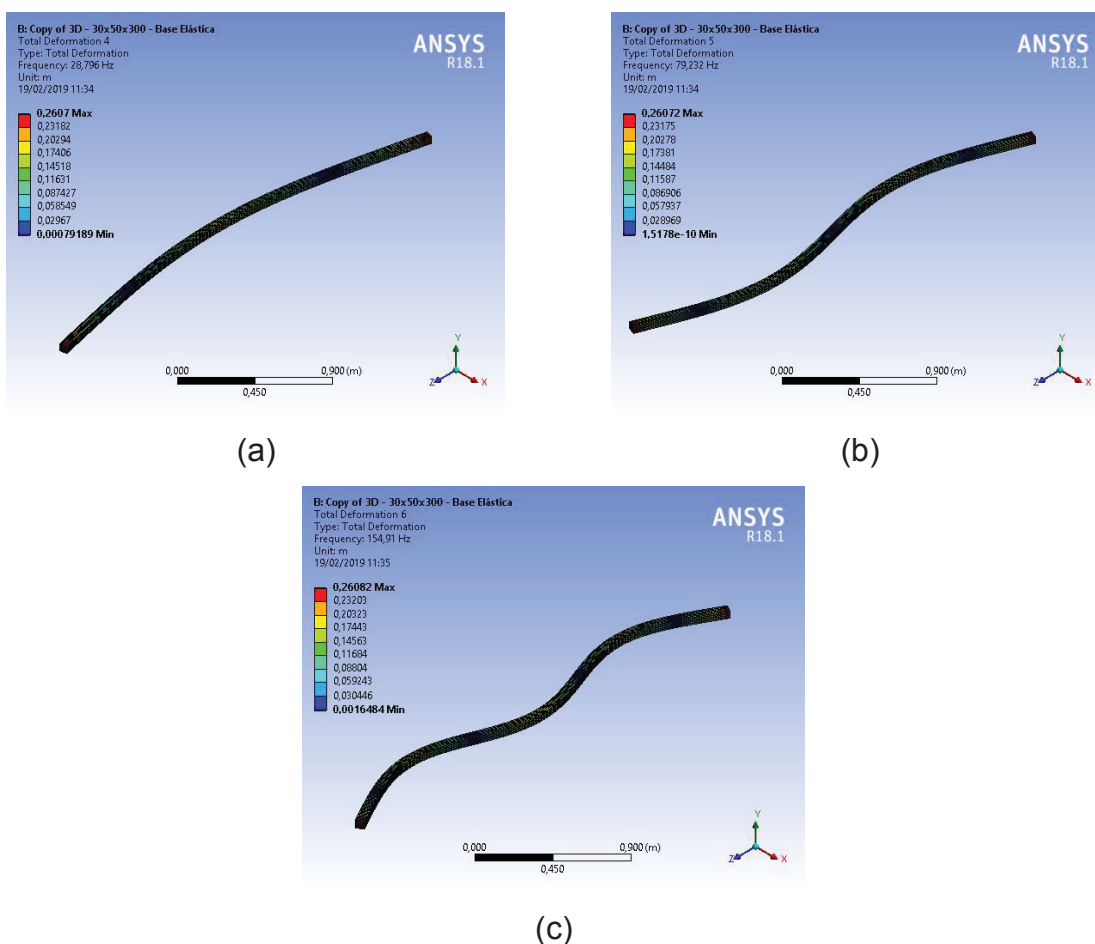
FONTE: O autor (2018).

Atribuindo os valores da TABELA 1 aos seus respectivos parâmetros na Equação (55), calcula-se os valores analíticos das frequências naturais de vibração de uma viga de Euler-Bernoulli sobre uma base elástica de Winkler.

Para realizar a verificação do modelo matemático, foi desenvolvido um modelo computacional, utilizando o software de elementos finitos ANSYS. Foi criada uma viga de seção transversal constante e sem apoios nas extremidades, porém apoiada sobre uma base elástica, utilizando a ferramenta *elastic support*, cuja aplicação se dá somente em uma superfície. Para simular o comportamento de uma viga apoiada sobre o solo, posicionou-se a base elástica na parte inferior da viga ao longo de toda a sua área.

A modelagem utilizou os parâmetros citados na TABELA 6, e gerou os seguintes resultados de modos e frequências naturais de vibração, apresentados respectivamente pela FIGURA 20 e pela TABELA 7.

FIGURA 20 - (a) PRIMEIRO; (b) SEGUNDO; (c) TERCEIRO MODO NATURAL DE VIBRAÇÃO DA VIGA APOIADA EM BASE ELÁSTICA



FONTE: O autor (2018).

TABELA 7 - FREQUÊNCIAS DE VIBRAÇÃO SOBRE BASE ELÁSTICA

TIPO DE VIBRAÇÃO	APOIO	MODO	ANALÍTICA FREQUÊNCIA [HZ]	ANSYS FREQUÊNCIA [HZ]	ERRO (%)
Transversal	Livre-Livre	1	28,82434548	28,796	0,10%
		2	79,45264652	79,232	0,28%
		3	155,7781835	154,91	0,56%

FONTE: O autor (2018).

O erro obtido na comparação das frequências do modelo computacional e analítico para a base elástica foi satisfatório, e seu estudo levou em consideração a relação entre a altura e o comprimento da viga (h/L). Percebeu-se que quanto menor esta relação, mais precisos são os resultados quando comparados os parâmetros obtidos computacional e analiticamente.

No caso da etapa de confirmação da seção transversal variável, optou-se por criar um modelo matemático de uma mísula, com as seguintes propriedades mecânicas e geométricas, apresentadas na TABELA 8.

TABELA 8 - PROPRIEDADES DA MÍSULA

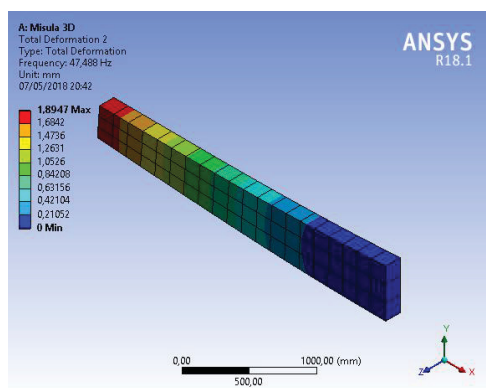
PROPRIEDADES			
E (GPa)	200	A_0 (m ²)	0,075
b (m)	0,15	A_f (m ²)	0,045
h_0 (m)	0,5	ρ (kg/m ³)	7850
h_f (m)	0,3	L (m)	3
I_0 (m ⁴)	0,001563	ν	0,3
I_f (m ⁴)	0,000338	χ (h_f/h_0)	0,6

FONTE: O autor (2018).

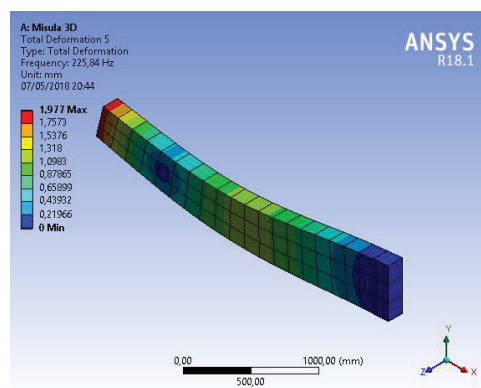
Atribuindo os valores da TABELA 8 e do ANEXO aos parâmetros da Equação (44), foram obtidos os seguintes resultados analíticos de frequências naturais de vibração. Na etapa de implantação do software, foram desenvolvidos dois modelos da mísula (viga com seção transversal de altura variável), um deles com duas, e o outro com três dimensões. Em uma das extremidades foi modelado um apoio fixo para representar um engaste, enquanto na outra não foi colocado nenhum suporte, promovendo uma condição engastada e livre. Seus modos naturais de vibração podem ser vistos na FIGURA 21.

Na etapa de verificação, foram comparadas as frequências obtidas pelo modelo matemático e pelo modelo computacional, como pode ser observado na TABELA 9. Foi considerado que o valor dos erros foi pequeno, o que pode representar que a modelagem computacional foi adequada e representou de forma precisa o comportamento de uma mísula engastada e livre.

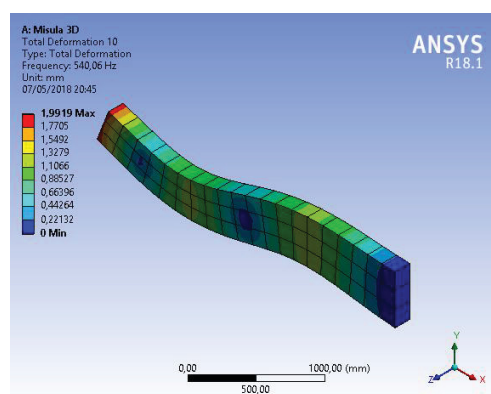
FIGURA 21 - (a) PRIMEIRO; (b) SEGUNDO; (c) TERCEIRO MODO NATURAL DE VIBRAÇÃO DA MÍSULA



(a)



(b)



(c)

FONTE: O autor (2018).

TABELA 9 - FREQUÊNCIAS DE VIBRAÇÃO DA MÍSULA

TIPO DE VIBRAÇÃO	APOIO	MODO	ANALÍTICA	ANSYS 2D		ANSYS 3D	
			FREQUÊNCIA [HZ]	FREQUÊNCIA 2D [HZ]	ERRO	FREQUÊNCIA 3D [HZ]	ERRO
Transversal	Engastado e Livre	1	48,13	47,569	1,17%	47,488	1,34%
		2	244,53	226,27	7,47%	225,84	7,64%
		3	619,04	542,76	12,32%	540,06	12,76%

FONTE: O autor (2018).

Os erros encontrados na modelagem computacional do presente capítulo foram considerados satisfatórios, já que apresentaram um comportamento já esperado para resultados de um método numérico aproximado como o MEF, concluindo a verificação dos modelos em relação a suas propriedades geométricas e suas condições de engastamento.

A etapa de validação dos modelos computacionais será efetuada por meio da comparação de estudos experimentais, que são capazes de medir os parâmetros modais das estruturas ensaiadas, cuja descrição será feita no item 5.2, onde será estudada a influência das propriedades e características do material que compõe a estrutura.

5 PROTÓTIPO

Como forma de verificação dos modelos que foram desenvolvidos, foi construída uma viga de concreto armado em laboratório, de seção transversal quadrada constante, com armaduras longitudinal, transversal, e ganchos, estes para que a viga pudesse ser suspensa, simulando uma condição livre-livre. Para fazer a calibração do modelo computacional, o modelo experimental foi submetido a ensaios de envelhecimento acelerado, realizados através da aspersão de íons de cloreto e sulfato, e é esperado que a rigidez do elemento estrutural seja afetada, e que consequentemente suas frequências naturais de vibração sofram variações.

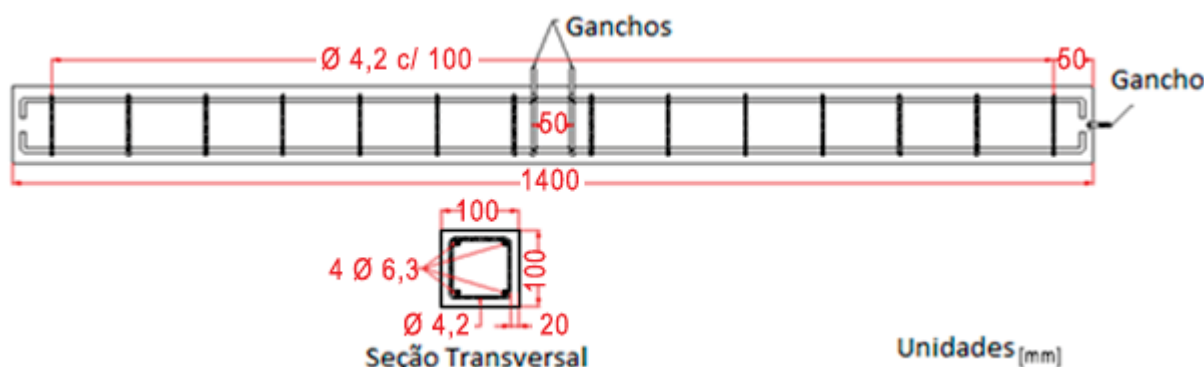
5.1 DESCRIÇÃO DO ELEMENTO ESTRUTURAL

A viga é feita de concreto armado, de 1,40 m de comprimento, seção transversal quadrada de 10 x 10 cm, armadura longitudinal composta por quatro barras de bitola 6,3 mm e quatorze estribos verticais, espaçados a cada 10 cm, de 4,2 mm de diâmetro, utilizando cobrimento de 1 cm, como pode ser visto na

FIGURA 22. Os ganchos centrais foram posicionados de maneira mais próxima possível do centro de gravidade da peça, enquanto o gancho lateral foi acrescentado para testar o efeito da posição da viga no espaço, estando em condição livre-livre.

O módulo de elasticidade (E) do concreto é igual a 34,7 GPa, coeficiente de Poisson (ν) igual a 0,2, e massa específica (ρ), 2289 kg/m³, tendo todos os parâmetros medidos em laboratório por meio de ensaios em corpos de prova submetidos a ensaios de compressão axial na idade de 28 dias, conforme previsto na NBR 6118:2003 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003). As propriedades consideradas para as armaduras, produzidas pela Gerdau S.A., foram obtidas no site do fabricante, sendo utilizados valores de 200 GPa de módulo de elasticidade, 0,3 para o coeficiente de Poisson e 7850 kg/m³ para a massa específica.

FIGURA 22 - MODELO ESTRUTURAL DA VIGA



FONTE: Lactec (2017).

5.2 ANÁLISE EXPERIMENTAL

A análise modal experimental foi baseada nos conceitos apresentados no item 2.4. O dispositivo utilizado para excitar a estrutura foi um martelo piezoelétrico, assim como o apresentado na FIGURA 8. Foram instalados quatro acelerômetros próximos às extremidades da viga, dois em uma face, e dois em outra, de forma que sua posição não coincidissem com um nó modal da estrutura (ponto em que não há deslocamento durante a vibração), como indicado pelas setas na FIGURA 23-a.

Como citado no item 2.4, a melhor maneira para se ensaiar uma estrutura é na condição livre-livre, ou sem apoios, já que dessa maneira se eliminam as incertezas e imperfeições da condição de apoio. Obviamente, não é factível criar um apoio genuinamente livre na prática, portanto a estrutura deve ser segura de algum outro jeito, que pode aproximar essa condição de maneira satisfatória. Isso pode ser alcançado ao apoiar a peça de teste em molas muito leves, ou suspensa por cabos, o que faz com que os modos de corpo rígido apresentem frequências naturais diferentes de zero, embora ainda menores que os modos sem curvatura (onde 'menores' significa que são inferiores a 10% dos modos citados) (EWINS, 1984). Por isso, a viga foi suspensa pelos ganchos centrais, por meio de cabos, que têm resistência à flexão desprezível, e excitada por um martelo piezoelétrico, como mostra a FIGURA 23-b.

FIGURA 23 – (a) VIGA SUSPensa COM ACELERÔMETROS; (b) ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL DA VIGA



(a)



(b)

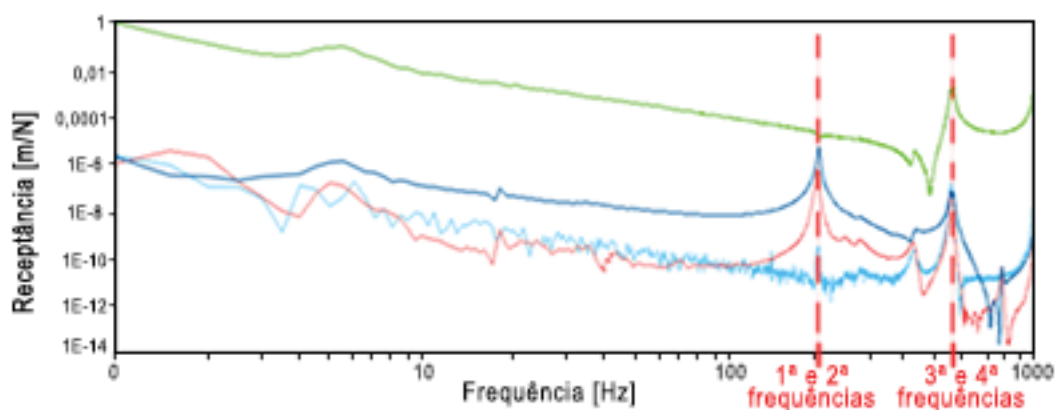
FONTE: O autor (2018).

Os dados adquiridos na análise modal foram processados gerando um gráfico da receptância¹, apresentado na FIGURA 24, que indica a resposta dos quatro acelerômetros instalados, cada uma representada por uma curva de cor diferente. Foram encontrados dois pares de modos naturais de vibração em 214 e 591 Hz, com

¹ Resposta que indica a razão entre o deslocamento harmônico e a força harmônica.

uma precisão de cerca de 1 Hz em faixas mais avançadas de frequência, representando as quatro primeiras frequências naturais de vibração da viga em uma condição livre-livre. Isso ocorre pela geometria da viga, que apresenta uma simetria em sua seção transversal, refletindo na repetição dos modos de vibração de flexão.

FIGURA 24 - GRÁFICO DA RECEPTÂNCIA DA VIGA



FONTE: Lactec (2017).

Posteriormente, foram executados ensaios de envelhecimento acelerado das vigas e dos corpos de prova, por meio de aspersão de íons cloreto e sulfato nos poros do concreto, e provocando fissuração por meio de ensaios estáticos, com o objetivo de avaliar possíveis alterações nas frequências naturais de vibração, causadas pelas alterações da massa e da rigidez da viga. A FIGURA 25 mostra as quatro vigas que foram ensaiadas, sendo a primeira a de referência (0), para que possa ser observado o efeito que o envelhecimento tem sobre o material. As seguintes foram envelhecidas por íons sulfato (1), a segunda por uma combinação de sulfatos e cloretos (2), e a última, apenas por íons cloreto (3), como pode ser visto na TABELA 10.

FIGURA 25 - VIGAS PARA ENSAIO EM LABORATÓRIO



FONTE: O autor (2018).

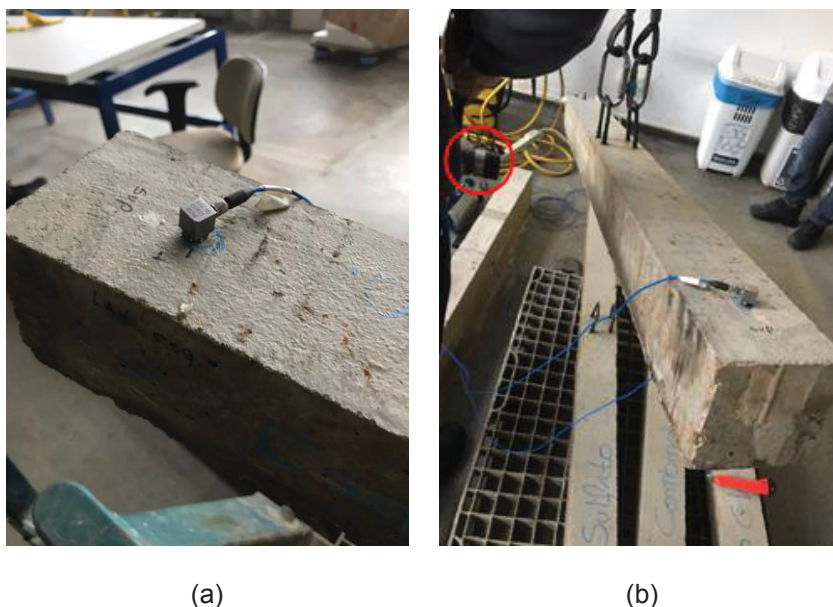
TABELA 10 - TRATAMENTO DAS VIGAS ENVELHECIDAS

CONDIÇÃO	TRATAMENTO
Referência (0)	Viga sujeita apenas à condição ambiente
Sulfatos (1)	Viga sujeita a envelhecimento acelerado por meio de aspersão de íons sulfato em sua superfície
Combinado (2)	Viga sujeita a envelhecimento acelerado por meio de aspersão de íons sulfato e cloreto em sua superfície
Cloretos (3)	Viga sujeita a envelhecimento acelerado por meio de aspersão de íons cloreto em sua superfície

FONTE: O autor (2019).

A FIGURA 26-a mostra em detalhe um dos acelerômetros que foram instalados na viga, enquanto a FIGURA 26-b mostra a estrutura sendo ensaiada. O martelo, que aparece no canto esquerdo da imagem, provoca o impacto e excita a peça, enquanto os transdutores medem a mobilidade do objeto de estudo.

FIGURA 26 – (a) ACELERÔMETROS INSTALADOS NA VIGA; (b) VIGA SENDO ENSAIADA



(a)

(b)

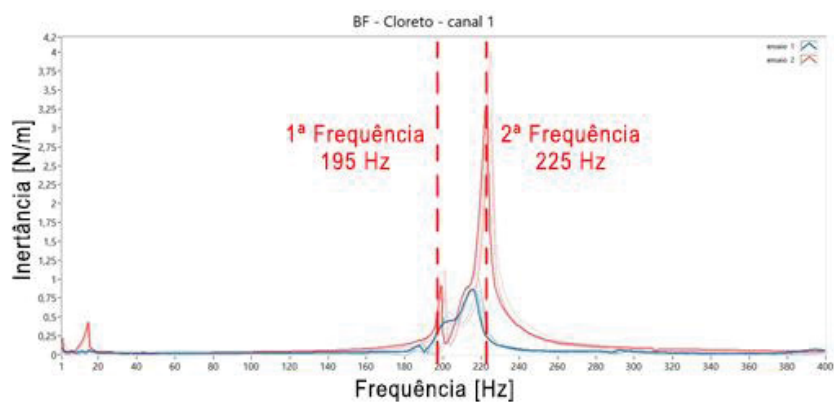
FONTE: O autor (2018).

A FIGURA 27 apresenta a inércia² da viga de concreto armado após o envelhecimento da mesma pela infiltração de íons cloreto (3). Como pode ser visto, a frequência de vibração teve um pequeno decréscimo (-8,9%), e sua frequência fundamental se encontra na faixa de 195 Hz, em oposição ao que pôde ser visto na FIGURA 24, que indicou o primeiro pico aos 214 Hz. Além disso, a viga 3 apresentou um pico adicional de frequência muito próximo (225 Hz), representando um acréscimo (+5,1%) em relação ao valor da viga de referência. A existência dos dois picos é uma situação inesperada, considerando a simetria do elemento estrutural, e pode ou ser justificada devido a imprecisões do ensaio ou por uma quebra da simetria da rigidez em função do tratamento, algo que não pode ser determinado neste estudo. De forma oposta ao decréscimo da frequência, a viga atacada por íons sulfato (1) teve um leve aumento (+2,8%) em sua frequência fundamental de vibração, como pode ser visto na FIGURA 28, que indica um valor de quase 220 Hz.

Na viga envelhecida pela combinação de íons cloreto e sulfato (2), foram observadas frequências naturais distintas (199 Hz e 226 Hz), sendo uma acima (+5,6%) e outra abaixo (-7,0%) do valor da viga de referência (214 Hz), como pode ser visto na FIGURA 29, o que também foi apresentado pela viga 3.

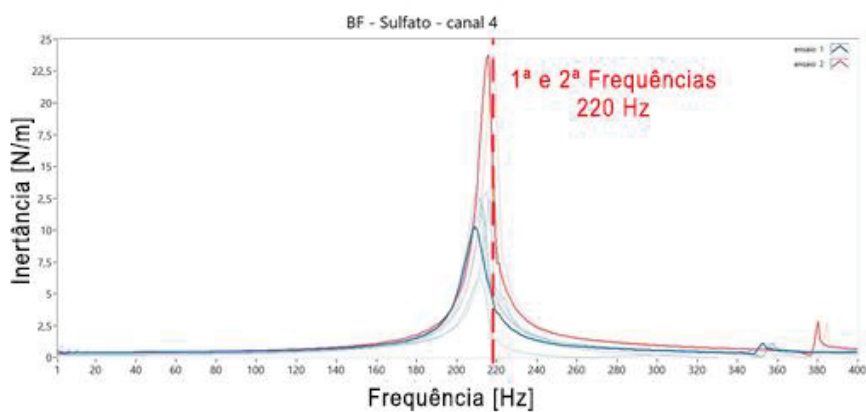
² Resposta que indica a razão entre a aceleração harmônica e a força harmônica.

FIGURA 27 - VIGA ENVELHECIDA POR CLORETOS (3)



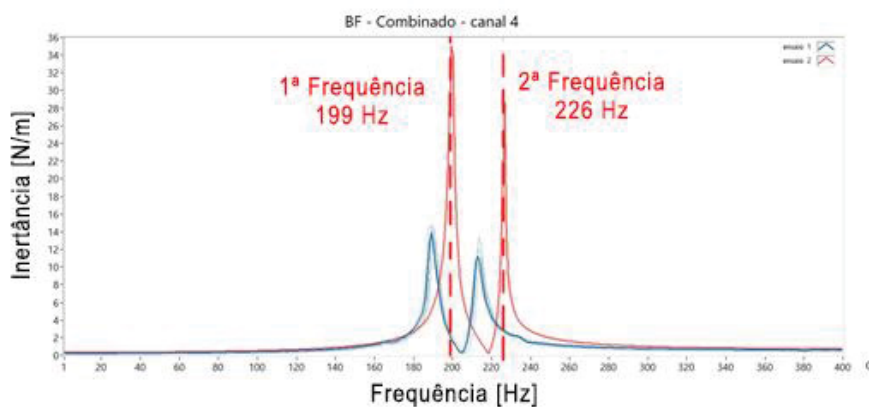
FONTE: Lactec (2018).

FIGURA 28 - VIGA ENVELHECIDA POR SULFATOS (1)



FONTE: Lactec (2018).

FIGURA 29 - VIGA ENVELHECIDA POR SULFATOS E CLORETOS (2)



FONTE: Lactec (2018).

Por conta de diversos fatores relacionados a incertezas provenientes da análise modal experimental, como interferências no sinal, procedimento de

implantação do equipamento, ou até mesmo erros humanos, não é possível garantir que os valores de frequência obtidos são efetivamente os parâmetros modais reais das estruturas. Apesar disso, o estudo prosseguiu utilizando esses resultados, já que ainda assim é possível modelar a estrutura e realizar a posterior retroanálise.

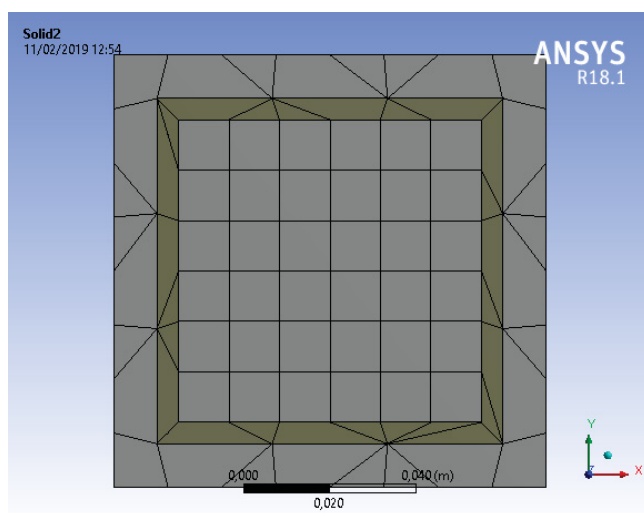
5.3 ANÁLISE NUMÉRICA

Para desenvolver o modelo computacional em elementos finitos, é necessário implementar diversas características e considerações para que sejam alcançados resultados representativos, sendo uma delas o concreto armado, que é complexo de ser modelado no ANSYS *Workbench*, já que o software não possui a ferramenta de criar um material compósito nas opções de propriedades mecânicas do material. Por esse motivo, o modelo tridimensional foi feito através de uma técnica específica de modelagem, explicada nas subseções a seguir.

5.3.1 Geometria

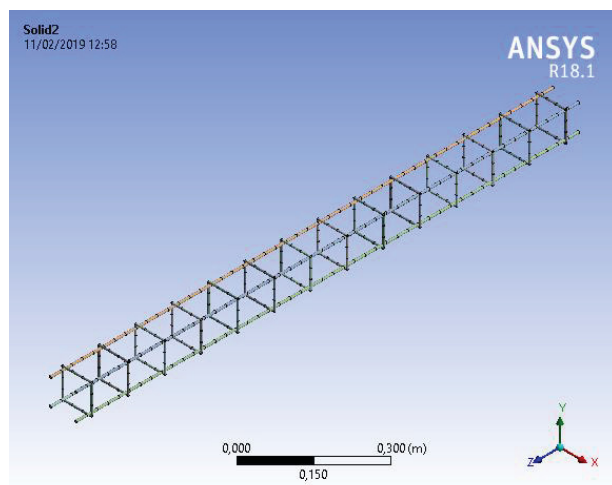
Utilizando a ferramenta computacional AutoCAD (Autodesk, 2009), foi desenvolvida a geometria da viga, de acordo com o modelo estrutural apresentado na FIGURA 22. Para promover a aderência entre as armaduras transversais e longitudinais com o concreto, este último foi subdividido em três partes, como mostra a FIGURA 30, e as barras, apresentadas na FIGURA 31, foram posicionadas nas interfaces entre cada elemento de concreto. Os estribos foram colocados entre as partes externa e intermediária, enquanto as armaduras passivas se encontram na interface da fração intermediária com a interna do concreto, como pode ser visto na FIGURA 32. Esse método permite que os nós dos elementos de concreto e de aço coincidam, conseqüentemente garantindo que seus graus de liberdade assumam valores iguais, proporcionando ao modelo a aderência entre os dois materiais.

FIGURA 30 - SUBDIVISÕES DO CONCRETO DA VIGA



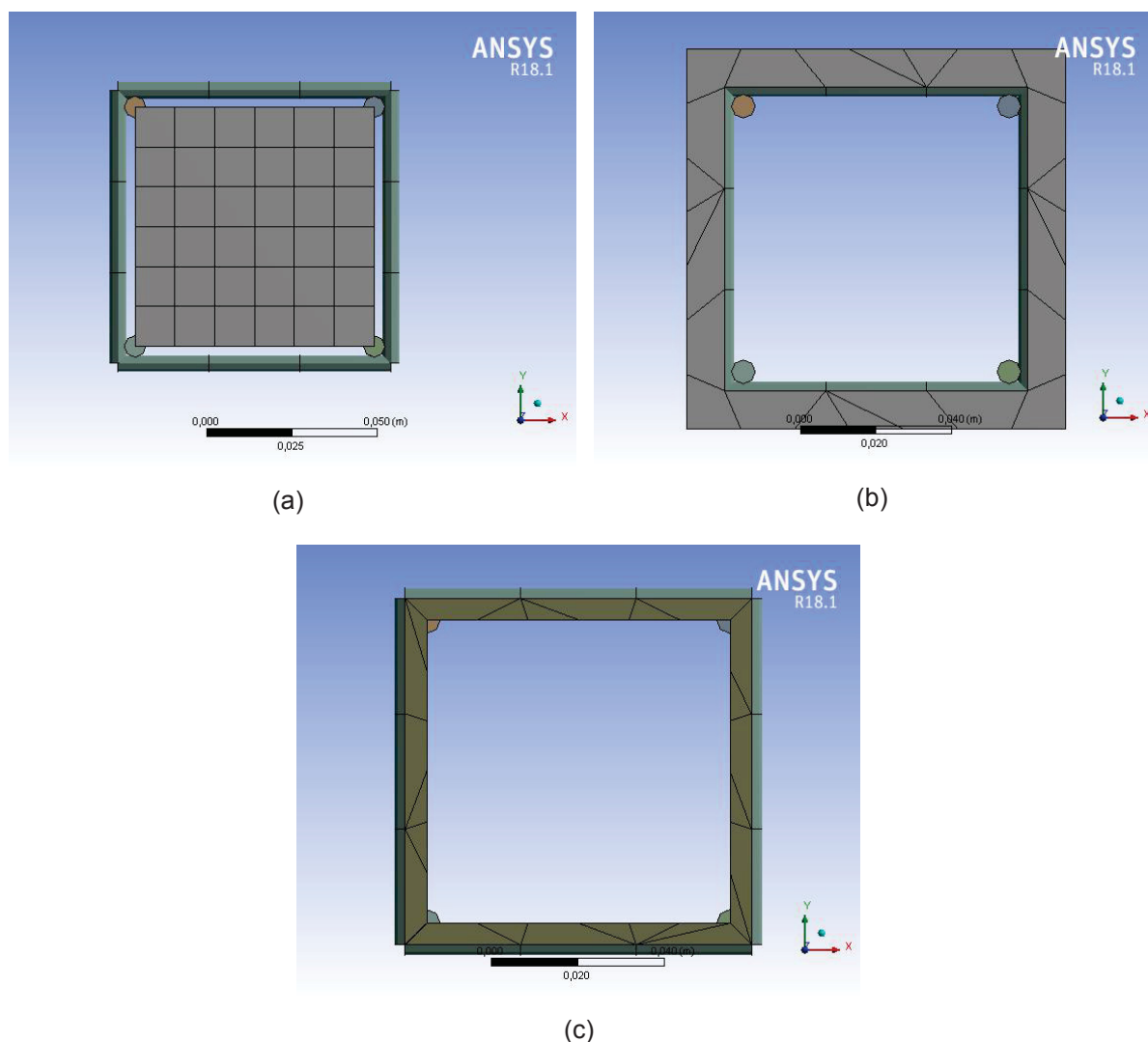
FONTE: O autor (2019).

FIGURA 31 - ARMADURAS TRANSVERSAIS E LONGITUDINAIS



FONTE: O autor (2019).

FIGURA 32 - POSICIONAMENTO DAS ARMADURAS EM RELAÇÃO ÀS SEÇÕES DE CONCRETO



FONTE: O autor (2019).

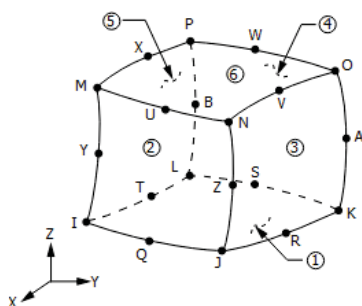
5.3.2 Processamento

Posicionando as armaduras segundo a geometria já descrita, no processamento o Ansys Workbench promove a ancoragem das barras no substrato de concreto, atribuindo tipos de elemento para cada parte do modelo. Para o concreto, foi atribuído o elemento SOLID186, cuja geometria é apresentada na FIGURA 33. Se trata de um elemento sólido de 20 nós, cada um com três graus de liberdade, sendo estes as translações nos eixos x , y e z . O SOLID186 apresenta um comportamento de deslocamento quadrático, e permite análises que incluam plasticidade e fluência. No total, a porção de concreto foi subdividida em 4361 elementos SOLID186, sendo

1372 para a parte externa, 1225 para a parte intermediária e 1764 para a porção central.

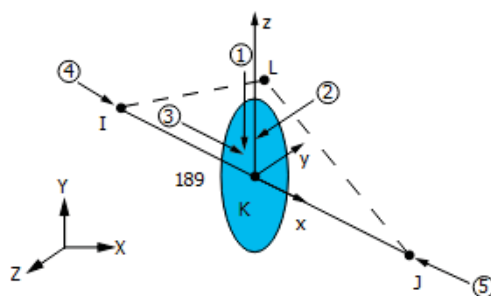
No caso das armaduras, o software utilizou o BEAM189, que se trata de um elemento tridimensional de viga com três nós, cada um com seis graus de liberdade, sendo estes as translações nas direções x , y e z , e as rotações em torno destes três eixos, e permite análises de elasticidade, plasticidade e fluência. A FIGURA 34 apresenta a geometria deste tipo de elemento. As armaduras foram subdivididas em um total de 356 elementos BEAM189, sendo 168 para os estribos, e 188 para as armaduras longitudinais.

FIGURA 33 - GEOMETRIA DO ELEMENTO SOLID186



FONTE: ANSYS Mechanical - Help (2019).

FIGURA 34 - GEOMETRIA DO ELEMENTO BEAM189



FONTE: ANSYS Mechanical - Help (2019).

5.3.3 Calibração do modelo computacional

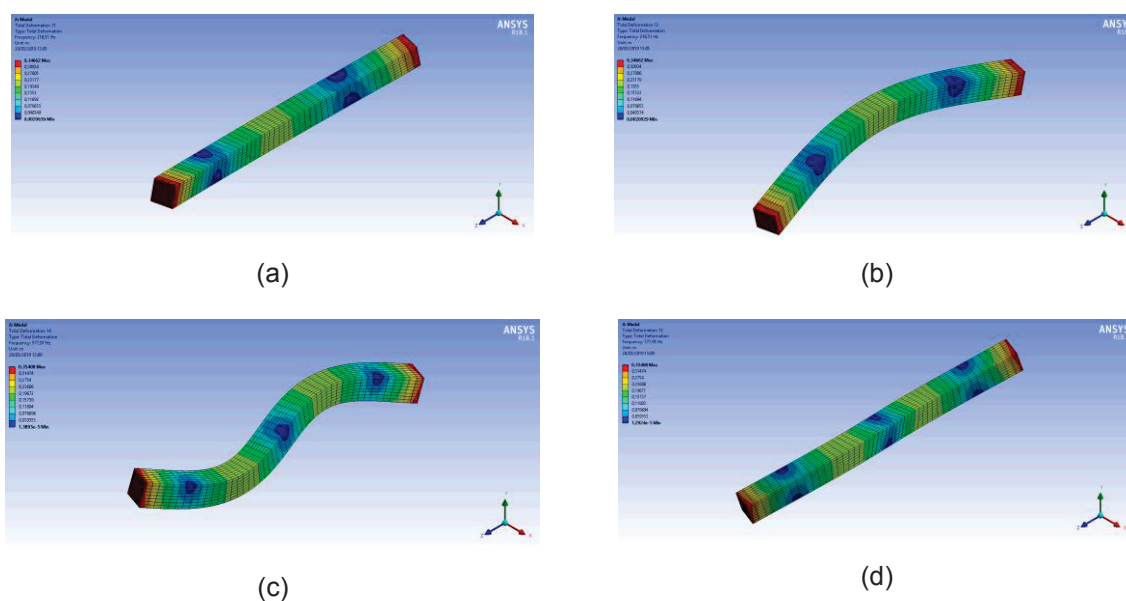
O processo de calibração do modelo consiste em uma retro-análise para a obtenção das propriedades do concreto. Por se tratar de uma análise dinâmica, o módulo de elasticidade a ser utilizado não será o apresentado no item 5.1, já que o

módulo de elasticidade dinâmico do concreto pode ser aproximadamente 40% maior que o estático (ZHENG, HUO SHARON e YUAN, 2008). Por isso, é necessário calibrar o modelo, atualizando as propriedades do material utilizado, até que as frequências calculadas no modelo matemático coincidam com as medidas experimentalmente. Ao ser feita a calibração para que o erro entre os resultados obtidos para a primeira frequência natural de vibração em ambos os modelos seja próximo de zero, é necessário verificar a precisão para as frequências seguintes. Caso os próximos modos apresentem bons resultados, o modelo é representativo e o módulo de Young utilizado é o módulo de elasticidade dinâmico.

5.3.4 Resultados

No caso do protótipo desenvolvido no presente trabalho, os quatro primeiros modos naturais de vibração da viga 0 são apresentados na FIGURA 35, enquanto suas frequências associadas e seus respectivos erros são apresentados na TABELA 11. É relevante destacar que esses são os modos encontrados nos ensaios experimentais, e que todos são modos transversais de vibração.

FIGURA 35 - VIBRAÇÃO DA VIGA: (a) PRIMEIRO MODO; (b) SEGUNDO MODO; (c) TERCEIRO MODO; (d) QUARTO MODO



FONTE: O autor (2018).

TABELA 11 - FREQUÊNCIAS E ERROS DA VIGA

MODO	FREQUÊNCIA VIGA [HZ]		ERRO
	ANÁLISE EXPERIMENTAL (19/10/2018)	ANÁLISE COMPUTACIONAL	
1 (a)	214,09	213,92	0,08%
2 (b)	214,09	213,92	0,08%
3 (c)	591,08	571,01	3,40%
4 (d)	591,08	571,01	3,40%

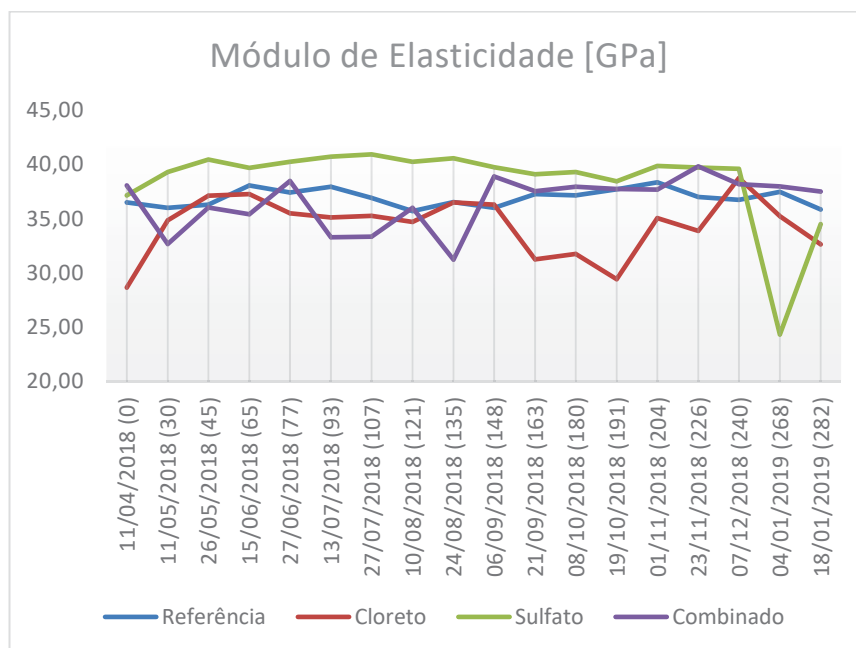
FONTE: O autor (2018).

Para chegar aos valores de frequência apresentados na TABELA 11, foi utilizado o valor do módulo de elasticidade igual a 38,3 GPa, que representa um aumento de 10,37% em relação ao módulo de elasticidade estático medido em laboratório, resultado que se encaixa nos estudos feitos por Zheng et al. (2008). Por isso, a etapa de verificação da viga de concreto armado ensaiada em laboratório foi avaliada como precisa, já que apresentou erros baixos na comparação das frequências naturais de vibração encontradas nos modelos computacional e experimental, o que pode representar uma boa calibração da modelagem, apesar de suas complexidades.

5.3.5 Vigas submetidas a envelhecimento acelerado

Para verificar o comportamento do módulo de elasticidade das vigas submetidas a envelhecimento acelerado, foi realizado o mesmo procedimento de retroanálise apresentado no item 5.3.3 para cada um dos ensaios dinâmicos feitos ao longo dos últimos sete meses da campanha experimental realizada nos protótipos. As tabelas apresentadas no APÊNDICE mostram a evolução das frequências e do módulo de elasticidade das vigas 0, 1, 2 e 3, respectivamente, enquanto a FIGURA 36 mostra uma comparação visual do módulo de elasticidade de cada um dos protótipos.

FIGURA 36 – COMPARAÇÃO DA EVOLUÇÃO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE DAS VIGAS AO LONGO DO TEMPO



FONTE: O autor (2019).

Os resultados apresentados pelos valores de frequências obtidos no modelo da viga 0 indicam que a calibração foi bem sucedida, e que a modelagem pode ser considerada representativa da estrutura real, já que os erros obtidos são considerados baixos, e as propriedades mecânicas do concreto armado encontradas a partir da retro-análise se assemelham às obtidas experimentalmente.

Por outro lado, ao observar a evolução do módulo de elasticidade das vigas que foram submetidas a envelhecimento acelerado, percebe-se que a utilização de avaliações dinâmicas apenas a partir da comparação de valores de frequência pode não fornecer resultados conclusivos para inferir parâmetros confiáveis de SHM. Como até a data da conclusão do presente trabalho não foram observados padrões de comportamento para as propriedades mecânicas da estrutura, como pode ser visto na FIGURA 36, conclui-se que esse tipo de análise não é suficiente para atingir o objetivo inicialmente proposto, fazendo-se necessária uma nova abordagem para alcançá-lo.

5.3.6 Interação com o solo

Como parte final da etapa de validação dos protótipos de concreto armado, as vigas foram parcialmente enterradas após 163 dias de tratamento, com o objetivo

de simular uma condição de semi-engastamento, da mesma forma que um poste de concreto real. O solo do local de ensaio foi caracterizado segundo a normativa brasileira, resultando segundo o relatório REL EC 11147 2019 (LACTEC, 2019) um teor de umidade de 35,2%.

A NBR 8451:2011 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2011) prevê um engastamento de 60 cm acrescido de 10% da altura total do poste, porém para o caso dos protótipos, esse valor seria de 74 cm de porção enterrada, o que representa mais de 50% do total do comprimento da viga. Por tal razão, optou-se por fazer uma adaptação da norma, diminuindo de 60 cm para 6 cm, mais os 10% da extensão da estrutura, resultando em 20 cm de engastamento, como é mostrado na FIGURA 37.

FIGURA 37 - PROTÓTIPO DE CONCRETO ARMADO ENTERRADO



FONTE: O autor (2018).

De forma semelhante ao que foi feito no item 5.2, foram realizadas as análises experimentais e a posterior retro-análise através do modelo computacional, utilizando a ferramenta de base elástica presente no Ansys Workbench para representar a interação entre o solo e a estrutura, com a intenção de obter o valor representativo do coeficiente de rigidez do solo. Para isso, foram observadas as três primeiras frequências naturais de vibração do protótipo enterrado.

Optou-se por basear a retro-análise no segundo modo de vibração, pois foi o que apresentava o coeficiente de rigidez do solo que mais se aproximava das características observadas em campo, de forma semelhante ao que foi realizado por Dai et al. (2011). Além disso, o ensaio não produz medições precisas nas zonas mais baixas do espectro, justamente as zonas da primeira e segunda frequência da estrutura enterrada parcialmente no solo.

Considerando as condições relatadas pelos ensaios geotécnicos desenvolvidos no Lactec, foi obtido um módulo de elasticidade médio do solo de 5,32 MPa, valor que, segundo Pavan, Costella, e Guarnieri (2014), se encaixa nas características de um solo composto por argila endurecida-plástica. Os resultados da retro-análise são apresentados nas tabelas (TABELA 12, TABELA 13, TABELA 14 e TABELA 15).

TABELA 12 - FREQUÊNCIAS E ERROS DA VIGA DE REFERÊNCIA (0) PARCIALMENTE ENTERRADA COM IDADE DE 163 DIAS

MODO	FREQUÊNCIAS		ERRO	
	EXPERIMENTAL	COMPUTACIONAL	Hz	%
1	8,92	5,24	3,68	41,3%
2	207,36	233,97	-26,61	-12,8%
3	568,34	568,32	0,02	0,0%
Coeficiente de Rigidez do Solo [kN/m³]			140.000	

FONTE: O autor (2019).

TABELA 13 - FREQUÊNCIAS DA VIGA TRATADA COM ÍONS SULFATO (1) PARCIALMENTE ENTERRADA COM IDADE DE 163 DIAS

MODO	FREQUÊNCIAS		ERRO	
	EXPERIMENTAL	COMPUTACIONAL	Hz	%
1	7,14	3,40	3,74	52,3%
2	224,31	224,32	-0,01	0,0%
3	589,80	578,28	11,52	2,0%
Coeficiente de Rigidez do Solo [kN/m³]			58.500	

FONTE: O autor (2019).

TABELA 14 - FREQUÊNCIAS DA VIGA TRATADA COM ÍONS SULFATO E CLORETO (2) PARCIALMENTE ENTERRADA COM IDADE DE 163 DIAS

MODO	FREQUÊNCIAS		ERRO	
	EXPERIMENTAL	COMPUTACIONAL	Hz	%
1	11,28	2,91	8,37	74,2%
2	218,04	218,04	0,00	0,0%
3	589,14	567,02	22,12	3,8%
Coeficiente de Rigidez do Solo [kN/m³]			42.800	

FONTE: O autor (2019).

TABELA 15 - FREQUÊNCIAS DA VIGA TRATADA COM ÍONS CLORETO (3) PARCIALMENTE ENTERRADA COM IDADE DE 163 DIAS

MODO	FREQUÊNCIAS		ERRO	
	EXPERIMENTAL	COMPUTACIONAL	Hz	%
1	11,65	3,42	8,23	70,6%
2	204,57	204,58	-0,01	0,0%
3	588,80	522,40	66,40	11,3%
Coeficiente de Rigidez do Solo [kN/m³]			59.200	

FONTE: O autor (2019).

Como pode ser observado, os coeficientes de rigidez do solo das vigas 1, 2 e 3 apresentaram valores relativamente semelhantes. Segundo Pavan, Costella e Guarnieri (2014), o valor de 42800 kN/m³, obtido através da retro-análise do protótipo parcialmente enterrado no solo tratado tanto por cloretos, quanto por sulfatos, representa um solo composto por argila úmida. Já os valores de 58500 kN/m³ e 59200 kN/m³, encontrados para as vigas atacadas por sulfatos e cloretos, respectivamente, representam coeficientes de um solo formado por argila úmida e argila seca.

Por outro lado, o coeficiente de rigidez do solo encontrado para a viga 0, igual a 140000 kN/m³, foi considerado muito alto, já que, ainda segundo Pavan et al. (2014), esse valor representa um solo formado por cascalho grosso com areia grossa, condição que difere do que foi observado em campo.

A situação ocorre porque no caso da viga de referência foi utilizada a terceira frequência natural de vibração para fazer a retro-análise, enquanto para os demais protótipos foi utilizada a frequência do segundo modo natural de vibração. A escolha foi feita pois a frequência obtida com o protótipo enterrado era menor que a da viga suspensa (211,27 Hz da viga suspensa contra 207,36 Hz da enterrada), valor que pode ser visto no APÊNDICE para a viga 0 para a data 21/09/2018. Esse comportamento não é esperado, e pode ter ocorrido devido a imprecisões dos

equipamentos utilizados no ensaio experimental. Por tal razão, não foi possível modelar a interação com o solo baseando a retro-análise na segunda frequência natural de vibração.

Com os quatro resultados de coeficiente de rigidez do solo, foi determinado que a consideração de que o solo modelado é composto por uma combinação de argila úmida e seca é representativa.

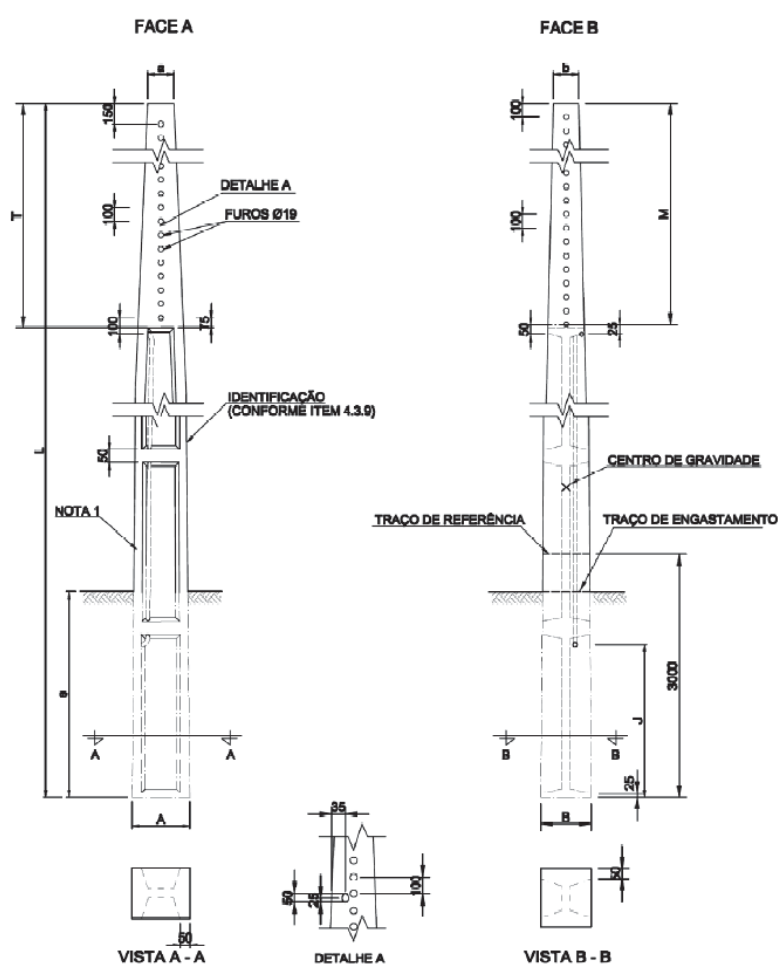
6 POSTE DE CONCRETO ARMADO

Após o processo de calibração do modelo computacional do protótipo da viga de concreto armado, foram feitas as análises experimentais e numéricas referentes a um poste de distribuição de energia elétrica e sua interação com o solo.

6.1 ANÁLISE EXPERIMENTAL

A análise experimental foi feita em um poste de concreto armado de seção duplo T, carga nominal 300 daN (decaNewtons) e 10,50 m de altura, de geometria baseada na FIGURA 38.

FIGURA 38 - GEOMETRIA DO POSTE DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA DE CONCRETO ARMADO



FONTE: ABNT 8451 (2011).

6.1.1 Poste suspenso

Para avaliar as propriedades dinâmicas da estrutura, foi feita a análise modal com o elemento suspenso, para simular uma condição livre-livre, como pode ser observado na FIGURA 39, permitindo desconsiderar quaisquer interferências de fatores externos (como as condições de apoio) na aquisição dos parâmetros modais a serem analisados.

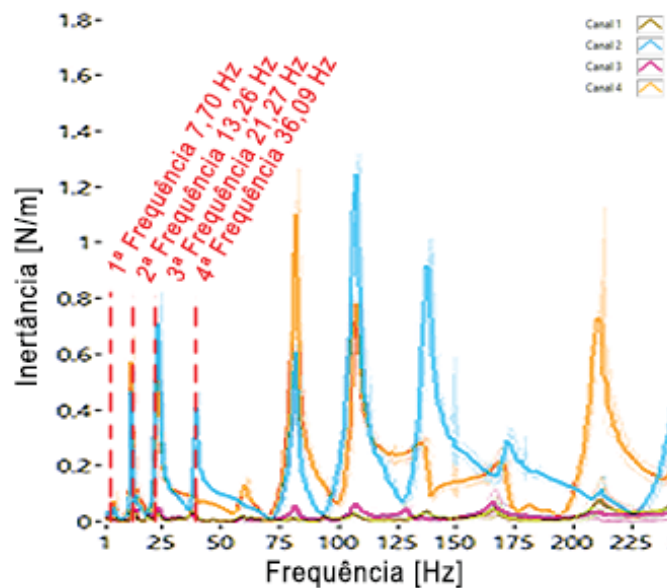
FIGURA 39 - POSTE DE CONCRETO ARMADO SUSPENSO



FONTE: O autor (2018).

Os resultados obtidos das frequências naturais de vibração do poste por meio da análise modal são apresentados na FIGURA 40, que mostra sua resposta de inércia média, e na TABELA 16.

FIGURA 40 - RESPOSTA DE INERTÂNCIA DO POSTE SUSPENSO



FONTE: Lactec (2019).

TABELA 16 - FREQUÊNCIAS DO POSTE SUSPENSO

Modo	Frequência Poste [Hz]
1	7,70
2	13,26
3	21,27
4	36,09

FONTE: O autor (2019).

6.1.2 Poste enterrado

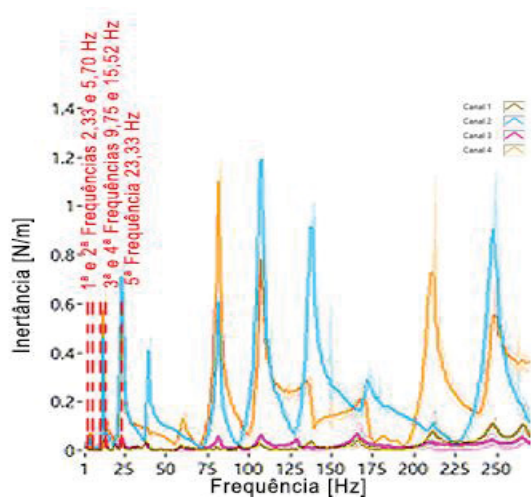
Após os ensaios com o poste suspenso, a estrutura foi posicionada de tal forma que simulasse seu comportamento real de funcionamento, enterrando uma porção equivalente a 60 cm acrescidos de 10% da altura total do poste, valor estabelecido pela NBR 8451:2011 (ABNT, 2011), como pode ser visto na FIGURA 41. Suas frequências naturais de vibração foram obtidas através de um novo ensaio de análise modal, cuja resposta de inércia e seus valores são apresentados na FIGURA 42 e na TABELA 17, respectivamente.

FIGURA 41 - POSTE ENTERRADO



FONTE: O autor (2018).

FIGURA 42 - INERTÂNCIA DO POSTE ENTERRADO



FONTE: Lactec (2019).

TABELA 17 - FREQUÊNCIAS DO POSTE ENTERRADO

MODO	FREQUÊNCIA POSTE [HZ]
1	2,33
2	5,70
3	9,75
4	15,52
5	23,33

FONTE: O autor (2019).

É perceptível, de uma análise comparativa entre a TABELA 16 e a TABELA 17, que o terceiro valor de frequência obtido na análise modal do poste enterrado se aproxima da primeira quando a estrutura se encontra na condição livre-livre. O mesmo ocorre para a quarta frequência em relação à segunda do poste sem apoios, e assim por diante. Segundo Dai et al. (2011), os dois primeiros modos de vibração presentes em uma estrutura engastada (ou enterrada, como é o caso), não ocorrem em uma estrutura suspensa, fato que será mais facilmente observado no modelo computacional, no qual será possível observar os modos de vibrar do poste.

6.2 ANÁLISE NUMÉRICA

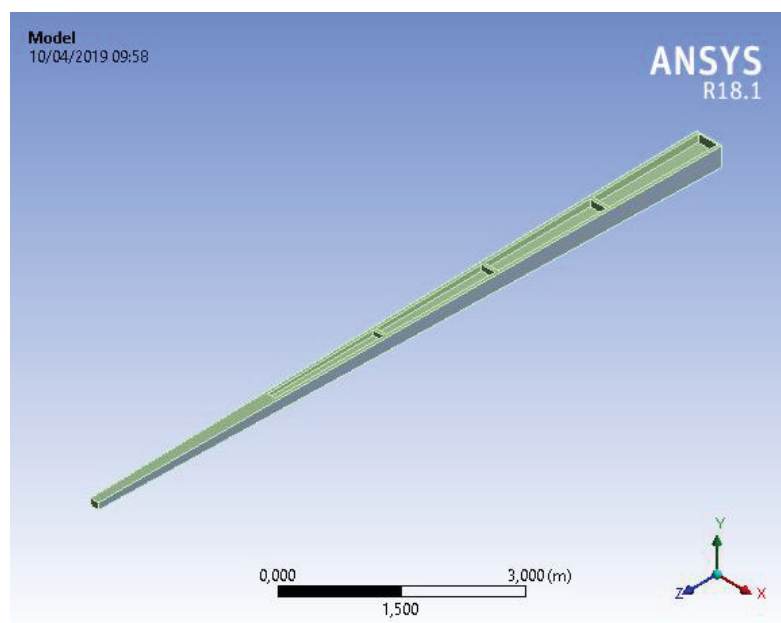
De forma semelhante ao que foi apresentado no item 5.3, a modelagem computacional do poste foi feita utilizando o Ansys Workbench, seguindo os mesmos procedimentos para criar a interação entre concreto e armaduras.

6.2.1 Geometria

A geometria foi baseada no modelo estrutural representado pela FIGURA 38, utilizando os valores para postes de seção tuplo T, com altura igual a 10,50 m, classe B e carga nominal 300 daN, estabelecidos pela Tabela A.2 da NBR 8451-2:2011 (ABNT, 2011). Desta maneira, foi desenvolvida a modelagem geométrica da estrutura em questão no software de modelagem tridimensional AutoCAD, e posteriormente exportada para o Ansys Workbench, como pode ser visto na FIGURA 43.

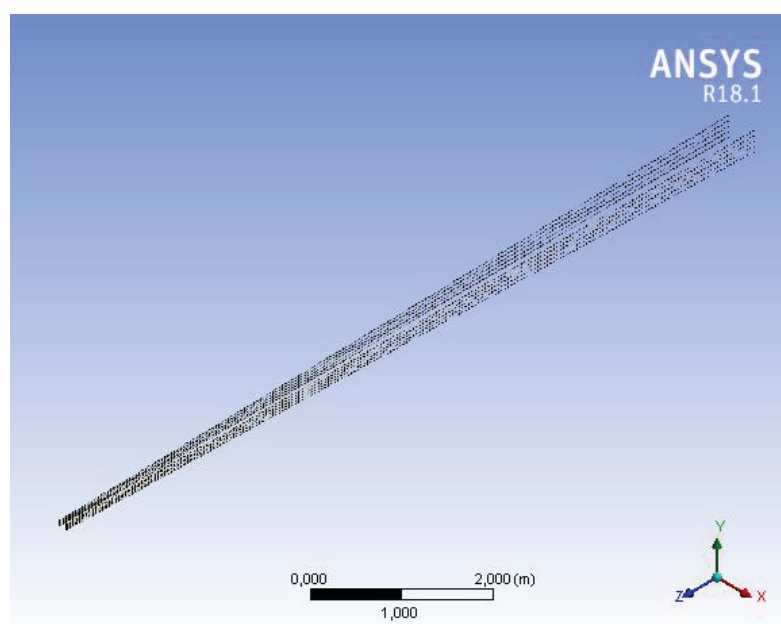
Vale destacar que foram feitos testes em que as armaduras transversais foram removidas do modelo computacional, com o intuito de verificar sua influência nas respostas dinâmicas da estrutura, e percebeu-se que a variação na frequência não foi significativa, variando menos de 1 Hz. Por isso, optou-se por utilizar um modelo do poste apenas com armaduras longitudinais, já que o custo operacional requerido para o processamento dos estribos não era justificado pela qualidade do resultado. A FIGURA 44 mostra as armaduras utilizadas no modelo.

FIGURA 43 - GEOMETRIA DO POSTE DE CONCRETO ARMADO



FONTE: O autor (2018).

FIGURA 44 - ARMADURA LONGITUDINAL DO POSTE

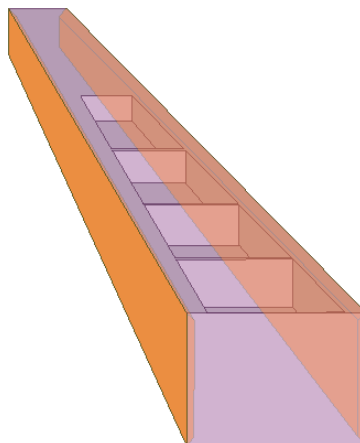


FONTE: O autor (2018).

A parte de concreto foi dividida em três partes, como pode ser visto na FIGURA 45 (duas partes em laranja, e outra em lilás). Para promover a interação dos materiais, as armaduras foram posicionadas nas interfaces dessas subdivisões. Dessa maneira, o pré-processamento do Ansys cria as malhas das geometrias de tal forma

que os nós das armaduras coincidam com os nós das porções de concreto, permitindo a aderência entre os dois materiais, já que os graus de liberdade de ambos serão iguais, não podendo um nó ter deslocamento diferente para o elemento de barra e de concreto.

FIGURA 45 – SUBDIVISÕES DO CONCRETO DO POSTE

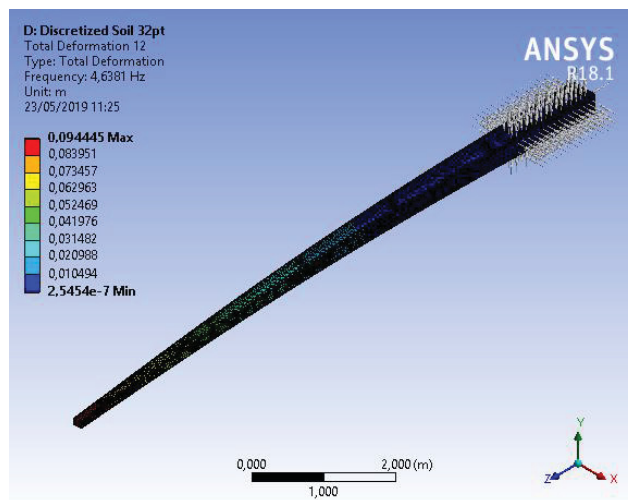


FONTE: O autor (2019).

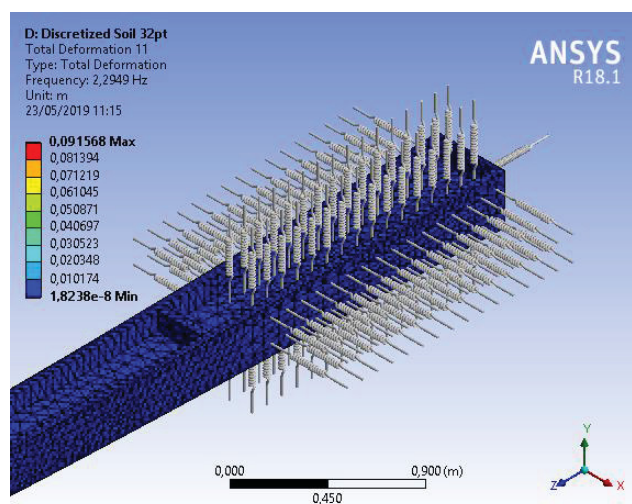
6.2.2 Interação com o solo

Além da modelagem do solo utilizando a ferramenta de base elástica do próprio Ansys Workbench, foi criado um modelo baseado no trabalho feito por Dai et al. (2011), inserindo molas para representar a interação entre a estrutura do poste e o solo. Na FIGURA 46-a é apresentado o poste de concreto modelado com molas em seu primeiro modo de vibrar, enquanto na FIGURA 46-b é possível ver em detalhe as molas. Para modelá-las foi utilizada a ferramenta *connections*, criando uma conexão corpo-solo em formato de mola.

FIGURA 46 - (a) PRIMEIRO MODO DE VIBRAR DO POSTE (b) DETALHE DAS MOLAS



(a)



(b)

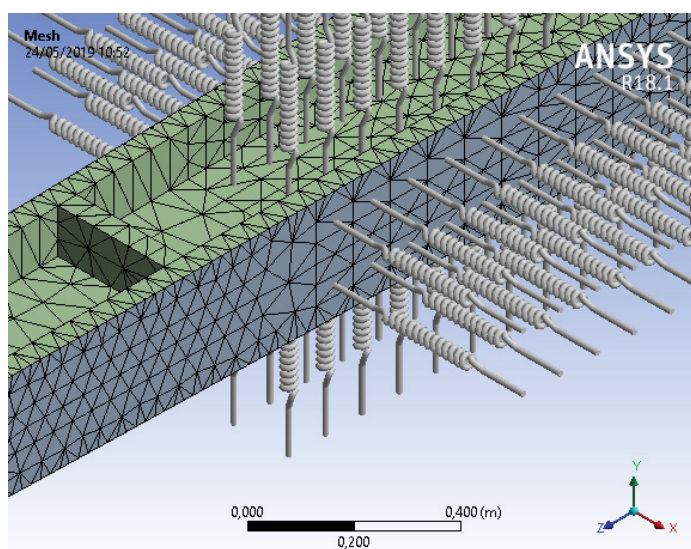
FONTE: O autor (2019).

Com o intuito de verificar a influência do refinamento da malha, inicialmente foi posicionada apenas uma mola em cada face em contato com o solo. Depois, cada uma das quatro maiores faces foi dividida em 8 partes, e posteriormente, em 32, com exceção da face inferior do poste, que em todos os momentos teve apenas uma mola, assim como previsto no trabalho de Dai et al. (2011). Esse procedimento apresentou uma pequena variação nos resultados, então optou-se por não discretizar mais a face de contato solo-estrutura.

No presente caso, o processamento do Ansys Workbench discretizou a porção de concreto em 30301 elementos SOLID187, elemento de comportamento quadrático de deslocamento e adequado para malhas irregulares, como a do modelo

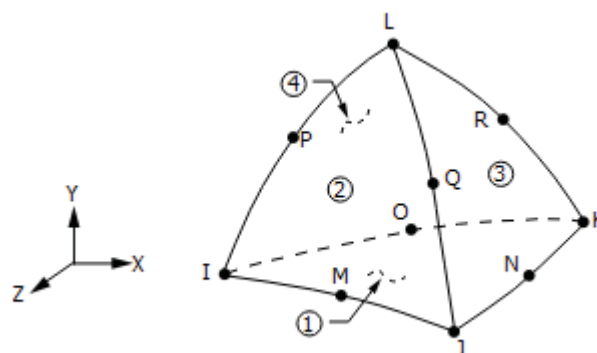
em questão, como pode ser visto na FIGURA 47. Além disso, o SOLID187 tem propriedades de plasticidade, hiperplasticidade, fluência, enrijecimento por tensões e grande capacidade de tensão, e é definido por 10 nós, com três graus de liberdade em cada um deles: translações nas direções nodais x , y e z . Sua geometria é apresentada na FIGURA 48.

FIGURA 47 - MALHA IRREGULAR DO POSTE DE CONCRETO



FONTE: O autor (2019).

FIGURA 48 - GEOMETRIA DO ELEMENTO SOLID187

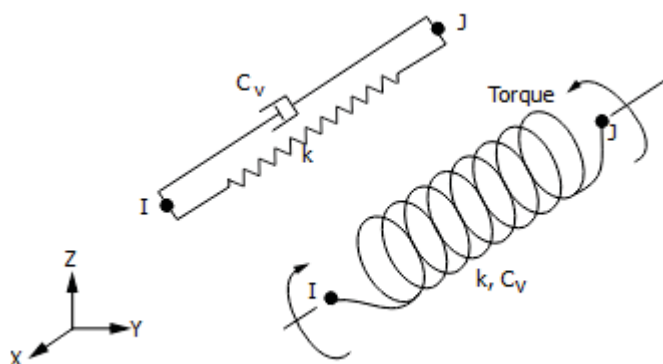


FONTE: ANSYS Mechanical - Help (2019).

Por sua vez, as molas possuem dois tipos de comportamento em cada ponto de contato entre estrutura e solo. Assim como foi feito por Dai et al. (2011), cada uma das conexões apresenta comportamento longitudinal e rotacional. Na etapa de processamento, as molas foram definidas como elementos COMBIN14, e pode ser

utilizado para um comportamento longitudinal ou torcional, ambos com três graus de liberdade, porém para o primeiro caso são de translação nos eixos x , y e z , enquanto para o segundo, de rotação nesses mesmos eixos. Sua geometria é apresentada na FIGURA 49.

FIGURA 49 - GEOMETRIA DO ELEMENTO COMBIN14



FONTE: ANSYS Mechanical - Help (2019).

Os resultados obtidos por essa abordagem de modelagem não foram satisfatórios, já que apresentaram erros que não eram condizentes com as expectativas do presente trabalho. Por essa razão, optou-se por utilizar o modelo de base elástica para representar de forma mais representativa a interação da estrutura de concreto armado com o solo, assim como foi feito para os protótipos de viga no capítulo 5.

6.2.3 Processamento e calibração

Analogamente ao que foi feito para a viga, o processamento do modelo atribuiu ao concreto o elemento SOLID186, criando 20402 elementos para a parte central, 3079 para uma das partes laterais e 3111 para a outra, com um total de 26592 elementos SOLID186. Quanto às armaduras, lhes foram atribuídos 1570 elementos BEAM189, divididos entre as barras de armadura. As características dos elementos SOLID186 e BEAM189 foram apresentadas no item 5.3.2.

De forma análoga, a calibração do modelo do poste se deu a partir de uma retroanálise, feita através da atualização do módulo de elasticidade do concreto no Ansys. O objetivo desse processo é fazer com que a primeira frequência natural de

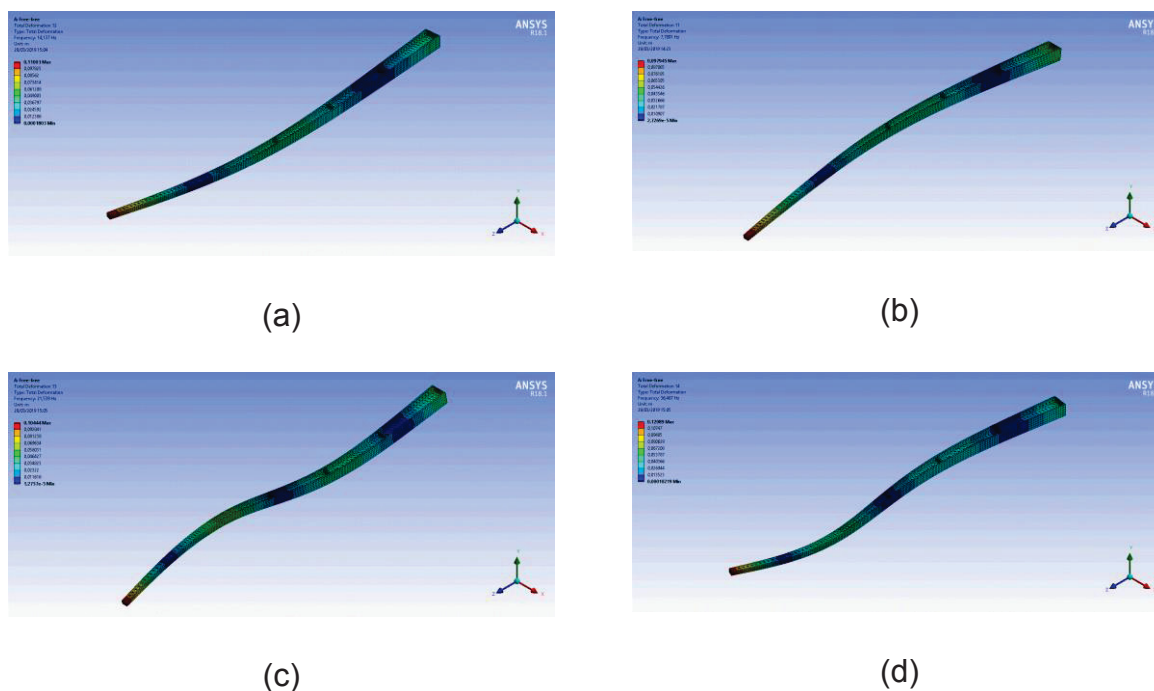
vibração obtida na modelagem computacional seja semelhante à encontrada experimentalmente, a qual foi apresentada no item 6.1. Se as demais frequências se aproximarem das obtidas por meio da análise modal, conclui-se que o modelo é representativo, e que o mesmo se encontra calibrado.

6.2.4 Resultados

Após a retroanálise, foi identificado que os quatro primeiros modos de vibrar do poste em uma condição livre-livre são os apresentados na FIGURA 50, e suas respectivas frequências naturais são as apresentadas na TABELA 18. O erro máximo entre os dados numéricos e os experimentais acontece para a segunda frequência natural e é de 7%, para o terceiro e quarto modo o erro é de 1%, indicando uma calibração adequada para o modelo do poste aqui desenvolvido.

Como os valores das frequências do modelo foram semelhantes aos obtidos experimentalmente, é possível dizer que a modelagem e calibração representam de forma satisfatória a estrutura real. O módulo de elasticidade utilizado foi de 46,5 GPa, que representa um acréscimo de aproximadamente 32,8% em relação a um concreto de módulo de Young estimado em 35 GPa, conferindo com o limite dos estudos de Zheng et al. (2008).

FIGURA 50 – (a) PRIMEIRO; (b) SEGUNDO; (c) TERCEIRO; (d) QUARTO MODO NATURAL DE VIBRAÇÃO DO POSTE



FONTE: O autor (2019).

TABELA 18 - FREQUÊNCIAS E ERROS DO POSTE

MODO	FREQUÊNCIA POSTE [HZ]		ERRO
	ANÁLISE EXPERIMENTAL	ANÁLISE COMPUTACIONAL	
1	7,70	7,71	0%
2	13,26	14,14	7%
3	21,27	21,54	1%
4	36,09	36,49	1%

FONTE: O autor (2019).

6.2.5 Interação com o solo

Para a análise computacional do modelo enterrado foi utilizado um suporte de base elástica no Ansys, definindo, através de uma retro-análise, o coeficiente de rigidez do solo para 56000 kN/m^3 , valor que, segundo Pavan et al. (2014), se encontra no patamar entre um solo composto por argila úmida e argila seca. Tal característica se assemelha de forma adequada ao aspecto do solo no qual o poste foi enterrado, assim como às conclusões apresentadas no item 5.3.6 para as vigas enterradas. A

comparação das frequências obtidas experimental e computacionalmente é apresentada na TABELA 19.

TABELA 19 – COMPARAÇÃO DE FREQUÊNCIAS OBTIDAS EXPERIMENTAL E COMPUTACIONALMENTE

		POSTE ENTERRADO (56 000 KN/M ³)				
MODOS		1	2	3	4	5
Frequências [Hz]	Experimental	2,33	5,70	9,75	15,52	23,33
	Computacional	2,02	3,42	9,16	14,71	23,33
Erro (Experimental x Computacional)		13,1%	40,1%	6,1%	5,3%	0,0%

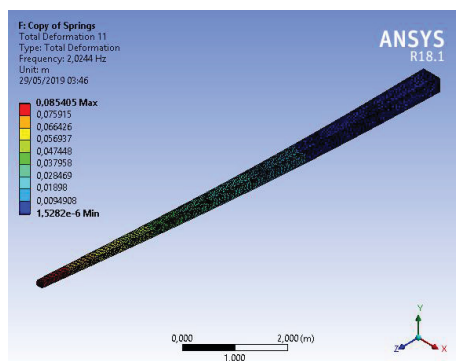
FONTE: O autor (2019).

Quanto ao erro encontrado na segunda frequência natural (40,1 %), foi discutido que a precisão do equipamento utilizado para a análise modal pode interferir na obtenção de frequências muito baixas, como é o caso dos dois primeiros valores da TABELA 19. Tal fato se confirma, uma vez que para frequências mais altas, o erro diminui (6,1% e 5,3% para a terceira e quarta frequências, respectivamente). Por essa razão, foi considerado que a modelagem do poste de concreto enterrado apresentou resultados satisfatórios, e que pode ser considerado como um modelo representativo da estrutura real.

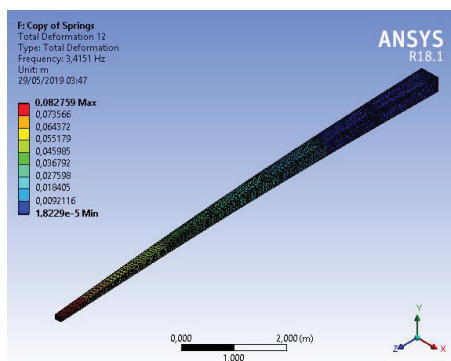
Além disso, foram testadas retro-análises que considerassem outras frequências como referência para o procedimento, como é mostrado na TABELA 20, baseando-se na primeira frequência, porém o valor de 1.900.000 kN/m³ para o coeficiente de rigidez do solo é irreal e não representa nenhum tipo de solo. Mais uma vez a baixa precisão do aparato experimental na parte inferior do espectro é utilizada para explicar a inconsistência da atualização do modelo para a primeira frequência do poste parcialmente enterrado. Por esse motivo foi considerado que ao utilizar a 5ª frequência natural de vibração como a base para o processo, já que dessa forma os erros foram mais satisfatórios.

Como foi comentado anteriormente, quando parcialmente enterrado, o poste apresenta um modo natural de vibração diferente dos modos encontrados no caso da estrutura suspensa. Esse fenômeno é apresentado na FIGURA 51, sendo os modos mostrados nas figuras (a) e (b) os exclusivos da estrutura enterrada, enquanto os demais modos são comuns entre ambas as condições de apoio.

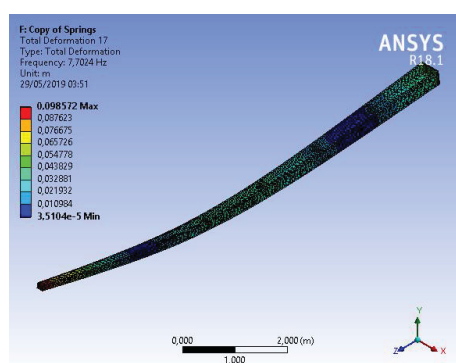
FIGURA 51 - (a) PRIMEIRO MODO DE VIBRAÇÃO DO POSTE ENTERRADO; (b) SEGUNDO MODOS NATURAIS DE VIBRAÇÃO DO POSTE ENTERRADO; (c) PRIMEIRO MODO DE VIBRAR DO POSTE SUSPENSO; (d) TERCEIRO MODO DE VIBRAR DO POSTE ENTERRADO; (e) SEGUNDO MODO DO POSTE SUSPENSO; (f) QUARTO MODO DE VIBRAR DO POSTE ENTERRADO



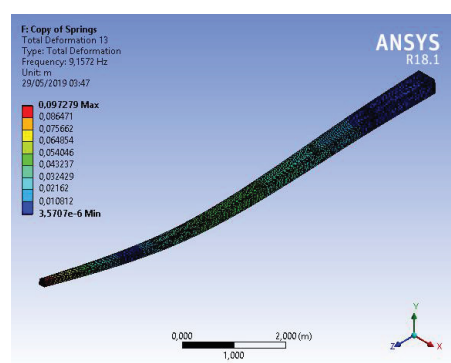
(a)



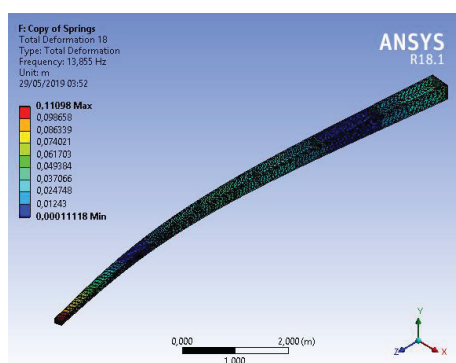
(b)



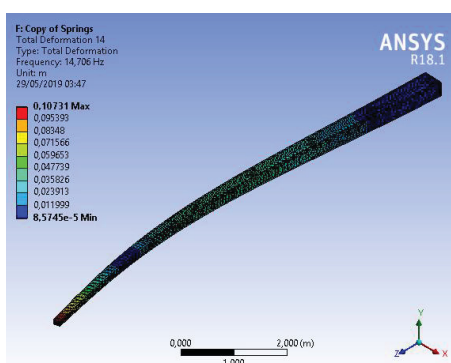
(c)



(d)



(e)



(f)

FONTE: O autor (2019).

TABELA 20 - FREQUÊNCIAS OBTIDAS QUANDO A RETRO-ANÁLISE É FEITA PARA A PRIMEIRA FREQUÊNCIA NATURAL DE VIBRAÇÃO

POSTE ENTERRADO (1 900 000 KN/M ³)						
MODO		1	2	3	4	5
Frequências [Hz]	Experimental	2,33	5,70	9,75	15,52	23,33
	Computacional	2,325	4,492	10,743	18,469	27,377
Erro (Experimental x Computacional)		0%	21%	-10%	-19%	-17%

FONTE: O autor (2019).

6.2.6 Considerações

Por fim, foi considerado que a modelagem do poste de concreto armado se mostrou representativa da estrutura real, inicialmente suspensa, sem condições de contorno, e posteriormente enterrada, utilizando a ferramenta de base elástica para representar o comportamento do objeto de estudo em seu funcionamento real.

Os erros de 7% para a modelagem do poste suspenso e de 6,1% para a estrutura parcialmente enterrada foram considerados satisfatórios, levando em conta a obtenção do módulo de elasticidade da estrutura com valor condizente ao esperado, embora que no caso da interação com o solo a comparação da segunda frequência natural de vibração tenha apresentado uma variação de 40,1%. Como explicado anteriormente, a precisão do equipamento utilizado para realizar a análise modal pode interferir na obtenção das frequências mais baixas, gerando eventuais discrepâncias nos resultados das frequências.

Além disso, as retro-análises foram bem sucedidas, permitindo a obtenção da propriedade do solo, que se assemelha tanto aos valores encontrados na modelagem dos protótipos de concreto, quanto às características relatadas nos registros feitos pelo Lactec, conforme apresentado em subseções anteriores.

7 CONCLUSÕES

Após as diversas etapas de pesquisas e modelagens apresentadas nos capítulos anteriores, conclui-se que o objetivo do presente trabalho foi atingido. O modelo computacional foi construído, verificado e validado, e representa de forma adequada o comportamento dinâmico de um poste de distribuição de energia elétrica com estrutura de concreto armado em termo de seus parâmetros modais.

Desde as primeiras etapas, quando eram modeladas apenas vigas simples, de material homogêneo e seção transversal constante, os erros em comparação com os modelos analíticos foram considerados coerentes, e a representatividade da modelagem computacional foi confirmada.

Atualizando as características geométricas das vigas, como foi o caso da mísula e da relação da altura e do comprimento da estrutura, percebeu-se que o modelo se manteve representativo, ainda apresentando erros compatíveis quando comparadas as frequências calculadas nos modelos computacional e analítico.

Ao mudar as condições de contorno para os diferentes tipos de apoio, como para os casos de viga livre-livre, simplesmente apoiada, engastada, base elástica, percebeu-se que esse tipo de atualização provoca significativas variações nos parâmetros modais. Contudo, na etapa de validação a comparação com as soluções analíticas também forneceu erros pequenos, o que confirmou a representatividade do modelo computacional.

Posteriormente, a etapa de verificação dos modelos computacionais em contraste com os protótipos construídos em laboratório foi essencial para garantir que o comportamento encontrado matematicamente era de fato representativo, já que para modelar uma estrutura de concreto armado é necessário representar de forma adequada tanto as propriedades mecânicas do concreto e das armaduras, quanto a interação entre os dois materiais, promovendo a ancoragem do aço.

Além disso, o processo de tratamento dos protótipos por meio de aspersão de íons agressivos à sua estrutura foi igualmente relevante para compreender a influência de diversos fatores sobre as propriedades modais do objeto de estudo. Contudo, essa etapa do projeto não apresentou resultados conclusivos para monitorar a integridade de uma estrutura apenas levando em consideração seu comportamento dinâmico, já que a análise modal dos protótipos induzidos a envelhecimento acelerado não apresentou uma tendência variação de suas propriedades.

De forma semelhante, a modelagem dos protótipos enterrados não apresentou resultados conclusivos em relação à influência do solo nas propriedades modais da estrutura. Embora a retro-análise tenha encontrado um tipo de solo que se assemelha ao que foi encontrado em campo, cujas propriedades foram testadas em laboratório e registradas em relatório do Lactec, houve uma variação relativamente grande do coeficiente de rigidez utilizado na base elástica do modelo em relação a cada protótipo, fato que não garante a representatividade do modelo, apesar de essa variabilidade poder ocorrer devido a imprecisões da análise modal.

Por fim, o comportamento dinâmico do modelo do poste de concreto apresentou resultados semelhantes aos obtidos experimentalmente, embora que a tentativa da modelagem da interação da estrutura com o solo utilizando molas não tenha sido bem sucedida. De forma análoga ao que ocorreu com o protótipo, as propriedades geométricas e mecânicas da estrutura influenciaram em seus parâmetros modais, e a retro-análise da modelagem da base elástica resultou na obtenção de um coeficiente de rigidez do solo que se assemelha aos encontrados para as vigas parcialmente enterradas, porém com a mesma variação do caso anterior, não permitindo a garantia da integridade estrutural do poste levando em consideração apenas seus parâmetros modais.

Para trabalhos futuros, sugere-se realizar uma análise paramétrica de diversos elementos presentes no modelo final do presente trabalho, como diferentes propriedades dos materiais constituintes da estrutura, aplicação de cargas, variação de propriedades do solo. Além disso, é recomendado aplicar um critério de correlação modal (do inglês *Modal Assurance Criterion*, MAC), cuja utilização tem por objetivo analisar dois modos de vibração diferentes, avaliando a semelhança entre ambos. Potencialmente essa abordagem pode obter resultados conclusivos quanto ao processo de monitorar a integridade estrutural de uma estrutura. Posteriormente, seria interessante incluir defeitos na estrutura, de modo que seja feita avaliação das frequências e, conseqüentemente, da integridade estrutural da peça. Com isso, é possível elaborar um algoritmo para localização do dano ao aplicar a técnica *Coordinate Modal Assurance Criterion* (COMAC). Esse critério também analisa dois modos de vibração diferentes, porém sua avaliação é feita em cada parte de toda a sua extensão, permitindo a obtenção das coordenadas das discrepâncias entre os dois modos, e conseqüentemente identificando a localização de eventuais danos nas peças.

REFERÊNCIAS

- ADAMS, R. D. et al. Vibration testing as an nondestructive test tool for composite materials. **Composite Reliability, ASTM STP 580**, v. 2, n. 5, p. 159–175, 1975.
- AZEVEDO, F. M. **Método dos elementos finitos**. [s.l: s.n.].
- BALAGEAS, D.; FRITZEN, C.-P.; GÜEMES, A. Structural health monitoring. **Structural health monitoring**, v. 493, p. 13–29, 2006.
- BROWNJOHN, J. M. W. et al. Civil structure condition assessment by FE model updating: Methodology and case studies. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 37, n. 10, p. 761–775, 2001.
- CHOPRA, A. K. **Dynamics of structures**. [s.l: s.n.].
- CUNHA, Á.; CAETANO, E. Experimental Modal Analysis of Civil Engineering Structures. **Sound and Vibration**, n. June, p. 12–20, 2006.
- DADO, M. H. A comprehensive crack identification algorithm for beams under different end conditions. **Applied Acoustics**, v. 51, n. 4, p. 381–398, 1997.
- DAI, K. S. et al. Field Testing of Directly Embedded Poles. **Experimental Techniques**, v. 35, n. 2, p. 14–23, 2011.
- DAWARI, V. B.; VESMAWALA, G. R. Modal curvature and modal flexibility methods for honeycomb damage identification in reinforced concrete beams. **Procedia Engineering**, v. 51, n. NUIcone 2012, p. 119–124, 2013.
- DE MEDEIROS, R. et al. A New Methodology for Structural Health Monitoring Applications. **Procedia Engineering**, v. 114, p. 54–61, 2015.
- DEHGHAN-NIRI, E.; SALAMONE, S. A multi-helical ultrasonic imaging approach for the structural health monitoring of cylindrical structures. **Structural Health Monitoring**, v. 14, n. 1, p. 73–85, 2015.
- DIEZ, A. et al. A clustering approach for structural health monitoring on bridges. **Journal of Civil Structural Health Monitoring**, v. 6, n. 3, p. 429–445, 2016.
- DILENA, M.; MORASSI, A. **Experimental Modal Analysis of Steel Concrete Composite Beams with Partially Damaged Connection - Dilena Morassi.pdf**, 2003.
- ENGEL, A. et al. Hardware-accelerated Wireless Sensor Network for Distributed Structural Health Monitoring. **Procedia Technology**, v. 15, n. 6151, p. 737–746, 2014.
- EWINS, D. J. **Modal Testing**,. [s.l: s.n.]. v. 28
- FARRAR, C.; WORDEN, K. An introduction to structural health monitoring. **Philosophical Transactions of the Royal Society A**, n. December 2006, p. 303–315, 2007.
- GAGAR, D.; MARTINEZ, M.; FOOTE, P. Development of generic methodology for designing a structural health monitoring installation based on the acoustic emission technique. **Procedia CIRP**, v. 22, n. 1, p. 103–108, 2014.
- GAINES, J. H.; VOLTERRA, E. Transverse Vibrations of Cantilever Bars of Variable Cross Section. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 39, n. 4, p. 674–679, 2005.

HAN, M.; BENAROYA, H.; WEI, T. Dynamics of Transversely Vibrating Beams. **Journal of Sound and Vibration**, v. 225, p. 935–988, 1999.

J.L.HUMAR. **Dynamics of Structures** A A Balkema Publishers, 2001.

JASSIM, Z. A. et al. A review on the vibration analysis for a damage occurrence of a cantilever beam. **Engineering Failure Analysis**, v. 31, p. 442–461, 2013.

KALLONEN, J. S. A. Analysis of short fibres orientation in steel fibre-reinforced concrete (SFRC) by X-ray tomography. p. 1358–1367, 2013.

LACTEC **Relatório de ensaios geotécnicos**. Curitiba (PR): Laboratório de Materiais e Estruturas, 2019 Mar. Relatório nº 11147 2019.

LOGAN, D. L. **A First Course in the Finite Element Method**. [s.l: s.n.].

LUO, D. et al. Tapered polymer fiber sensors for reinforced concrete beam vibration detection. **Sensors (Switzerland)**, v. 16, n. 12, 2016.

MEIROVITCH, L. **Meirovitch Leonard Fundamentals of Vibrations**, 2001.

ORHAN, S. Analysis of free and forced vibration of a cracked cantilever beam. **NDT and E International**, v. 40, n. 6, p. 443–450, 2007.

PANDEY, A. K.; BISWAS, M.; SAMMAN, M. M. Damage detection from changes in curvature mode shapes. **Journal of Sound and Vibration**, v. 145, n. 2, p. 321–332, 1991.

PAVAN, R. C.; COSTELLA, M. F.; GUARNIERI, G. Soil-structure interaction for frame structures on shallow foundations. **Ibracon Structures and Materials Journal**, v. 7, n. 2, p. 260–285, 2014.

QIAN, G. L.; GU, S. N.; JIANG, J. S. The dynamic behaviour and crack detection of a beam with a crack. **Journal of Sound and Vibration**, v. 138, n. 2, p. 233–243, 1990.

QUINTANA, J. A. et al. SHM and evaluation of a continuous reinforced concrete pavement. **Journal of Civil Structural Health Monitoring**, v. 6, n. 4, p. 681–689, 2016.

RIBEIRO, D. et al. Finite element model updating of a bowstring-arch railway bridge based on experimental modal parameters. **Engineering Structures**, v. 40, p. 413–435, 2012.

RUCCA, M.; WILDE, K. Experimental study on ultrasonic monitoring of splitting failure in reinforced concrete. **Journal of Nondestructive Evaluation**, v. 32, n. 4, p. 372–383, 2013.

SHEN, M. H. H.; PIERRE, C. **Free Vibrations of Beams With a Single-Edge Crack** **Journal of Sound and Vibration**, 1994.

SILVA, F. L. **Dimensionamento de poste de concreto com seção circular, utilizado em rede de distribuição**, [s.d.].

STACHE, M.; GUETTLER, M.; MARBURG, S. A precise non-destructive damage identification technique of long and slender structures based on modal data. **Journal of Sound and Vibration**, v. 365, p. 89–101, 2016.

THACKER, B. H.; ET AL. Concepts of Model Verification and Validation. **Proceedings of the Winter Simulation Conference**, v. 1, p. 52–58, 2004.

WIBERG, N. E.; LI, X. D.; ABDULWAHAB, F. Adaptive finite element procedures in

elasticity and plasticity. **Engineering with Computers**, v. 12, n. 2, p. 120–141, 1996.

ZHENG, L.; HUO SHARON, X.; YUAN, Y. **Experimental investigation on dynamic properties of rubberized concrete.pdf**, 2008.

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L.; ZHU, J. Z. **The Finite Elements Method: Its Basis and Fundamentals**. Sixth edit ed. [s.l.] Elsevier, 2005.

ANEXO

PARÂMETRO λ DE FREQUÊNCIA PARA MÍSULAS

Tabela utilizada para o cálculo do parâmetro λ da equação (44).

X	MODO 1				MODO 2				MODO 3			
	LIMITE SUPERIOR	LIMITE INFERIOR	MÉDIA	ERRO (%)	LIMITE SUPERIOR	LIMITE INFERIOR	MÉDIA	ERRO (%)	LIMITE SUPERIOR	LIMITE INFERIOR	MÉDIA	ERRO (%)
0	5,3151	5,2998	5,3075	0,1	15,2072	14,8603	15,0337	1,2	30,0199	27,5880	28,8039	4,2
0,1	4,6307	4,6246	4,6277	0,1	14,9314	14,7291	14,8302	0,7	32,8574	30,8563	31,8569	3,1
0,2	4,2925	4,2891	4,2908	0,0	15,7442	15,5782	15,6612	0,5	36,9200	34,9201	35,9201	2,8
0,3	4,0817	4,0794	4,0806	0,0	16,6264	16,4745	16,5504	0,5	40,6421	38,5641	39,6031	2,6
0,4	3,9343	3,9326	3,8232	0,0	17,4882	17,3449	17,4166	0,4	44,0557	41,9052	42,9805	2,5
0,5	3,8238	3,8225	3,8232	0,0	18,3173	18,1797	18,2485	0,4	47,2735	45,0479	46,1607	2,4
0,6	3,7371	3,7361	3,7366	0,0	19,1138	18,9799	19,0469	0,4	50,3546	48,0489	49,2018	2,3
0,7	3,6667	3,6659	3,6663	0,0	19,8806	19,7493	19,8150	0,3	53,3259	50,9370	52,1315	2,3
0,8	3,6083	3,6076	3,6079	0,0	20,6210	20,4915	20,5563	0,3	56,2024	53,7292	54,9658	2,2
0,9	3,5587	3,5581	3,5584	0,0	21,3381	21,2099	21,2740	0,3	58,9953	56,4382	57,7167	2,2

FONTE: Gaines e Volterra (1966).

APÊNDICE

EVOLUÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS E DOS MÓDULOS DE ELASTICIDADE DA VIGA DE REFERÊNCIA (0)

EVOLUÇÃO DAS FREQUÊNCIAS E MÓDULOS DE ELASTICIDADE DA VIGA DE REFERÊNCIA (0)											
DATA (DIAS DE ENSAIO)	FREQUÊNCIA 1			FREQUÊNCIA 2			FREQUÊNCIA 3			MÓDULO DE ELASTICIDADE DO MODELO [GPA]	
	EXPERIMENTAL	MODELO	ERRO	EXPERIMENTAL	MODELO	ERRO	EXPERIMENTAL	MODELO	ERRO		
11/04/2018 (0)	209,29	209,28	0,01%	216,16	209,28	3,18%	580,30	558,56	3,75%	36,50	
11/05/2018 (30)	207,98	207,97	0,01%	219,25	207,97	5,15%	579,30	555,06	4,18%	36,00	
26/05/2018 (45)	208,73	208,76	-0,01%	216,13	208,76	3,41%	580,06	557,16	3,95%	36,30	
15/06/2018 (65)	213,33	213,33	0,00%	220,22	213,34	3,12%	581,85	569,44	2,13%	38,07	
27/06/2018 (77)	211,65	211,66	0,00%	220,03	211,66	3,80%	582,25	564,96	2,97%	37,42	
13/07/2018 (93)	213,03	213,03	0,00%	220,30	213,03	3,30%	588,01	568,61	3,30%	37,95	
27/07/2018 (107)	210,36	210,37	0,00%	221,71	210,37	5,11%	586,05	561,49	4,19%	36,92	
10/08/2018 (121)	207,15	207,18	-0,02%	218,38	207,18	5,13%	575,20	552,94	3,87%	35,70	
24/08/2018 (135)	209,34	209,33	0,00%	217,84	209,33	3,91%	579,73	558,70	3,63%	36,52	
06/09/2018 (148)	208,01	207,97	0,02%	217,21	207,97	4,25%	579,87	555,06	4,28%	36,00	
21/09/2018 (163)	211,27	211,25	0,01%	213,90	211,25	1,24%	578,12	563,85	2,47%	37,26	
08/10/2018 (180)	210,98	210,97	0,00%	212,62	210,97	0,78%	579,45	563,09	2,82%	37,15	
19/10/2018 (191)	212,42	212,41	0,01%	214,70	212,41	1,07%	582,77	566,96	2,71%	37,71	
01/11/2018 (204)	214,08	214,07	0,00%	229,67	214,08	6,79%	582,50	571,42	1,90%	38,36	
23/11/2018 (226)	210,62	210,63	-0,01%	217,97	210,63	3,37%	586,08	562,19	4,08%	37,02	
07/12/2018 (240)	209,91	209,93	-0,01%	213,36	209,93	1,61%	580,42	560,31	3,46%	36,75	
04/01/2019 (268)	211,83	211,84	-0,01%	216,93	211,84	2,34%	580,65	565,45	2,62%	37,49	
18/01/2019 (282)	207,58	207,58	0,00%	218,64	207,58	5,06%	579,10	554,00	4,33%	35,85	

FONTE: O autor (2019).

EVOLUÇÃO DAS FREQUÊNCIAS E MÓDULOS DE ELASTICIDADE DA VIGA ATACADA POR SULFATOS (1)

DATA (DIAS DE ENSAIO)	FREQUÊNCIA 1			FREQUÊNCIA 2			FREQUÊNCIA 3			MÓDULO DE ELASTICIDADE DO MODELO [GPA]
	EXPERIMENTAL	MODELO	ERRO	EXPERIMENTAL	MODELO	ERRO	EXPERIMENTAL	MODELO	ERRO	
11/04/2018 (0)	210,98	210,97	0,01%	233,73	210,97	9,74%	603,82	563,09	6,75%	37,15
11/05/2018 (30)	216,52	216,51	0,00%	250,03	216,51	13,40%	596,15	577,95	3,05%	39,32
26/05/2018 (45)	219,33	219,34	0,00%	250,87	219,34	12,57%	609,58	585,54	3,94%	40,45
15/06/2018 (65)	217,44	217,44	0,00%	250,81	217,44	13,30%	603,64	580,44	3,84%	39,69
27/06/2018 (77)	218,84	218,84	0,00%	250,23	218,84	12,54%	607,04	584,20	3,76%	40,25
13/07/2018 (93)	220,04	220,03	0,00%	249,35	220,03	11,76%	611,88	587,40	4,00%	40,73
27/07/2018 (107)	220,56	220,55	0,01%	249,11	220,55	11,46%	612,07	588,8	3,80%	40,94
10/08/2018 (121)	218,89	218,89	0,00%	247,94	218,89	11,72%	607,30	584,33	3,78%	40,27
24/08/2018 (135)	219,66	219,66	0,00%	229,77	219,66	4,40%	605,36	586,40	3,13%	40,58
06/09/2018 (148)	217,55	217,56	-0,01%	217,55	217,56	-0,01%	604,26	580,78	3,89%	39,74
21/09/2018 (163)	215,99	215,98	0,01%	248,06	215,98	12,93%	599,05	576,53	3,76%	39,11
08/10/2018 (180)	216,52	216,51	0,00%	248,09	216,51	12,73%	602,19	577,95	4,03%	39,32
19/10/2018 (191)	214,27	214,28	-0,01%	246,32	214,28	13,01%	602,17	571,97	5,02%	38,44
01/11/2018 (204)	217,92	217,91	0,01%	227,17	217,92	4,07%	604,69	581,72	3,80%	39,88
23/11/2018 (226)	217,50	217,51	-0,01%	231,74	217,51	6,14%	608,77	580,65	4,62%	39,72
07/12/2018 (240)	217,27	217,26	0,00%	228,22	217,26	4,80%	604,20	579,97	4,01%	39,62
04/01/2019 (268)	174,60	174,58	0,01%	240,00	174,59	27,26%	519,11	465,43	10,34%	24,3
18/01/2019 (282)	203,97	203,97	0,00%	243,31	203,97	16,17%	577,10	544,32	5,68%	34,49

FONTE: O autor (2019).

EVOLUÇÃO DAS FREQUÊNCIAS E MÓDULOS DE ELASTICIDADE DA VIGA ATACADA POR CLORETOS E SULFATOS (2)

DATA (DIAS DE ENSAIO)	FREQUÊNCIA 1			FREQUÊNCIA 2			FREQUÊNCIA 3			MÓDULO DE ELASTICIDADE DO MODELO [GPA]
	EXPERIMENTAL	MODELO	ERRO	EXPERIMENTAL	MODELO	ERRO	EXPERIMENTAL	MODELO	ERRO	
11/04/2018 (0)	213,31	213,31	0,00%	213,31	213,31	0,00%	574,96	569,37	0,97%	38,06
11/05/2018 (30)	199,04	199,04	0,00%	226,28	199,04	12,04%	575,21	531,10	7,67%	32,67
26/05/2018 (45)	208,04	208,05	0,00%	221,74	208,05	6,18%	579,10	555,27	4,12%	36,03
15/06/2018 (65)	206,41	206,42	-0,01%	220,19	206,42	6,25%	575,40	550,89	4,26%	35,41
27/06/2018 (77)	214,40	214,40	0,00%	224,53	214,41	4,51%	574,33	572,31	0,35%	38,49
13/07/2018 (93)	200,67	200,68	-0,01%	225,81	200,68	11,13%	581,77	535,50	7,95%	33,27
27/07/2018 (107)	200,85	200,84	0,00%	217,73	200,84	7,76%	582,73	535,93	8,03%	33,33
10/08/2018 (121)	207,96	207,94	0,01%	221,79	207,95	6,24%	579,14	554,99	4,17%	35,99
24/08/2018 (135)	195,02	195,02	0,00%	215,67	195,03	9,57%	575,90	520,32	9,65%	31,22
06/09/2018 (148)	215,45	215,44	0,00%	215,45	215,45	0,00%	575,77	575,10	0,12%	38,90
21/09/2018 (163)	211,94	211,95	-0,01%	223,55	211,95	5,19%	572,10	565,72	1,12%	37,53
08/10/2018 (180)	213,04	213,03	0,00%	221,40	213,03	3,78%	569,68	568,61	0,19%	37,95
19/10/2018 (191)	212,47	212,46	0,00%	223,80	212,46	5,06%	570,07	567,10	0,52%	37,73
01/11/2018 (204)	212,36	212,36	0,00%	224,49	212,36	5,40%	572,49	566,83	0,99%	37,69
23/11/2018 (226)	217,78	217,79	0,00%	223,04	217,79	2,35%	576,83	581,39	-0,79%	39,83
07/12/2018 (240)	213,61	213,61	0,00%	221,39	213,62	3,51%	571,87	570,19	0,29%	38,18
04/01/2019 (268)	213,11	213,10	0,00%	220,98	213,10	3,57%	571,29	568,82	0,43%	37,98
18/01/2019 (282)	211,91	211,92	-0,01%	220,42	211,92	3,86%	565,99	565,65	0,06%	37,52

FONTE: O autor (2019).

EVOLUÇÃO DAS FREQUÊNCIAS E MÓDULOS DE ELASTICIDADE DA VIGA ATACADA POR CLORETOS (3)

DATA (DIAS DE ENSAIO)	FREQUÊNCIA 1			FREQUÊNCIA 2			FREQUÊNCIA 3			MÓDULO DE ELASTICIDADE DO MODELO [GPA]
	EXPERIMENTAL	MODELO	ERRO	EXPERIMENTAL	MODELO	ERRO	EXPERIMENTAL	MODELO	ERRO	
11/04/2018 (0)	187,66	187,66	0,00%	215,30	187,67	12,83%	569,33	500,56	12,08%	28,64
11/05/2018 (30)	204,92	204,93	0,00%	222,37	204,93	7,84%	584,15	546,90	6,38%	34,85
26/05/2018 (45)	210,90	210,91	-0,01%	223,28	210,91	5,54%	581,98	562,95	3,27%	37,13
15/06/2018 (65)	211,24	211,25	-0,01%	222,01	211,25	4,85%	570,46	563,85	1,16%	37,26
27/06/2018 (77)	206,66	206,65	0,00%	222,60	206,66	7,16%	584,74	551,53	5,68%	35,50
13/07/2018 (93)	205,63	205,62	0,00%	223,95	205,62	8,18%	589,83	548,76	6,96%	35,11
27/07/2018 (107)	206,04	206,05	-0,01%	222,01	206,05	7,19%	592,86	549,89	7,25%	35,27
10/08/2018 (121)	204,56	204,56	0,00%	224,13	204,56	8,73%	587,53	545,90	7,09%	34,71
24/08/2018 (135)	209,30	209,30	0,00%	221,48	209,31	5,50%	584,68	558,63	4,46%	36,51
06/09/2018 (148)	208,78	208,78	0,00%	223,92	208,78	6,76%	584,77	557,23	4,71%	36,31
21/09/2018 (163)	195,04	195,05	0,00%	219,64	195,06	11,19%	580,46	520,40	10,35%	31,23
08/10/2018 (180)	196,49	196,50	0,00%	210,86	196,50	6,81%	581,96	524,29	9,91%	31,75
19/10/2018 (191)	189,92	189,92	0,00%	217,34	189,92	12,62%	576,16	506,62	12,07%	29,42
01/11/2018 (204)	205,45	205,46	-0,01%	215,95	205,47	4,85%	576,64	548,33	4,91%	35,05
23/11/2018 (226)	202,33	202,33	0,00%	214,29	202,33	5,58%	585,69	539,93	7,81%	33,88
07/12/2018 (240)	215,08	215,09	-0,01%	222,20	215,09	3,20%	575,86	574,15	0,30%	38,76
04/01/2019 (268)	205,91	205,91	0,00%	218,67	205,92	5,83%	581,77	549,54	5,54%	35,22
18/01/2019 (282)	198,89	198,90	-0,01%	217,96	198,91	8,74%	568,41	530,73	6,63%	32,62

FONTE: O autor (2019).